

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR



INGENIERÍA INDUSTRIAL

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

PROYECTO FIN DE CARRERA

**ESTIMACIÓN DE LA FRICCIÓN DE UN COJINETE A LO
LARGO DEL TIEMPO**

Autor:

D. Jorge Molinero Álvarez

Tutor:

D. Rubén Oliva Domínguez



Universidad
Carlos III de Madrid

Proyecto Fin de Carrera



Agradecimientos

En primer lugar deseo expresar mi agradecimiento al tutor de este Proyecto Fin de Carrera, D. Ruben Oliva Domínguez, por la dedicación y apoyo que ha brindado a este trabajo, por el respeto a mis sugerencias e ideas y por la dirección y el rigor que ha facilitado a las mismas. Gracias por la confianza ofrecida desde que llegué a presentar este trabajo.

Así mismo, agradezco a mis compañeros del Departamento del IVHM de la Universidad de Cranfield su apoyo personal y humano, especialmente a Adrián Uriondo y Adrián Cubillo, con quien he compartido proyecto en mi estancia en Inglaterra.

Un trabajo de investigación es siempre fruto de ideas, proyectos y esfuerzos previos que corresponden a otras personas, pero es también fruto del reconocimiento y del apoyo vital que nos ofrecen las personas que nos estiman, sin el cual no tendríamos la fuerza y energía que nos anima a crecer como personas y como profesionales.

Gracias a mis padres, que me apoyaron en mi marcha a otro país para ampliar mi formación. Gracias a mis amigos, que siempre me han prestado un gran apoyo moral y humano, necesarios en los momentos difíciles de este trabajo. Pero, sobre todo, gracias a mi pareja, por su paciencia, comprensión y solidaridad con este proyecto, por el tiempo que me han concedido, un tiempo distanciados que nos ha hecho afianzar nuestra unión. Sin su apoyo este trabajo nunca se habría escrito y, por eso, este trabajo es también el suyo.

A todos, muchas gracias.





Índice

1. Introducción 6

1.1 Introducción

El Proyecto se engloba dentro de un estudio para la industria aeroespacial, en concreto para una pieza conocida como IDG (*Integrated Drive Generator*), pieza cuya misión es mantener el suministro eléctrico de una aeronave de manera constante. Dado que el régimen de giro de un avión varía desde el ralentí hasta su máxima potencia, se debe transformar ese régimen de giro a uno constante que permita obtener de manera estable y constante el suministro eléctrico del avión. Este componente del avión, se encuentra de manera redundante en la aeronave, pero su fallo, implica un período de mantenimiento elevado. Por lo tanto, conocer la vida útil o poder estimarla, permite mejorar los tiempos y planificación del mantenimiento de la aeronave.

Por todo ello, es necesario desarrollar un modelo que permita conocer el estado en que funciona el componente más crítico del IDG, que no es otro que un cojinete. Conocer el campo de presiones, la altura del espesor de película lubricante y su fricción, son claves para entender su funcionamiento y evolución para la predicción del fallo en la pieza. Este es el pilar sobre el que se desarrolla el Proyecto de Fin de Carrera que se expone.

El resto del estudio se desarrolla por personal de la Universidad de Cranfield y empresas externas. Consta, también de un banco de ensayos, en el cual simular el funcionamiento de la pieza con el fin de establecer una relación con la pieza real.

Posteriormente, y una vez implementado el modelo, se observa la paridad entre los resultados obtenidos y el banco de ensayos, se realizan los ajustes necesarios y se analiza la efectividad del modelo en relación con los datos experimentales.

Dependiendo de la correlación entre el modelo y la realidad, se tratan de establecer las bases para un modelo de predicción de la vida útil remanente de la pieza, que permita predecir su fallo y establecer el momento óptimo para su reemplazo afectando, en lo menor posible, a las futuras tareas que deba desempeñar dentro de un sistema de mayor complejidad.

1.1. Objetivos

El objetivo fundamental del Proyecto se basa en desarrollar un modelo en Matlab, de predicción del nivel de fricción en un cojinete para todo instante de su régimen de funcionamiento, lo que permite analizar con mayor precisión la fatiga sufrida por el sistema y aproximarse a la vida útil de que dispone en función del uso al que haya estado sometido.

El primer paso es la definición de los parámetros necesarios para simular con la mayor precisión posible, las condiciones a las que se ve sometido el cojinete. Se deben tener en cuenta los materiales empleados, su tolerancia, el tipo de aceite con el que se lubrica, la temperatura operativa del conjunto y otra serie de parámetros que componen el conjunto de datos de entrada al modelo.

La complejidad del Proyecto Fin de Carrera resulta de calcular de manera simultánea el valor del coeficiente de fricción, para regímenes de carga, velocidad y temperatura variables, lo que incrementa enormemente los cálculos y permite saber con exactitud la evolución del cojinete en los regímenes de lubricación mixta e hidrodinámica.

En la Figura 1.1 se muestra un esquema general del esquema general del proyecto:

Figura 1.1 Esquema general del modelo.



CAPÍTULO 2.

ESTRUCTURA DEL PROYECTO

2. Estructura del Proyecto

El tratamiento de los datos introducidos, responde a una serie de modelos que quedan comentados a lo largo de los siguientes apartados. Como visión de conjunto se puede comenzar hablando del papel de la lubricación y sus diferentes regímenes.

Debido a que la lubricación disminuye la fricción, se ahorra energía y se reduce el desgaste. La lubricación siempre mejora la suavidad del movimiento de una superficie sobre otra. Esto se puede lograr de distintas maneras. Los distintos tipos de lubricación, normalmente, son denominados Regímenes de Lubricación. Durante el ciclo de trabajo de la máquina puede haber cambios entre los diferentes regímenes de lubricación. No obstante, un aumento excesivo de la película de lubricante, genera mayor fricción debido al esfuerzo necesario para mover el lubricante.

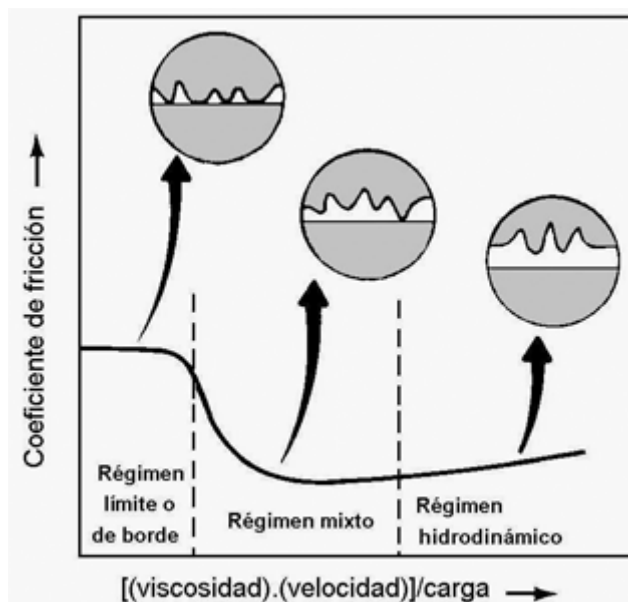


Figura 2.1 Curva de Stribeck y principales regímenes 1

Las mejores condiciones de lubricación existen cuando las dos superficies móviles están completamente separadas por una película de lubricante. Esta forma de lubricación es conocida como hidrodinámica o lubricación de película gruesa. El espesor de la película de aceite depende principalmente de la viscosidad del lubricante, de la velocidad y de la carga.

Por otro lado, la lubricación es menos eficiente cuando la película es tan delgada que el contacto entre las superficies tiene lugar sobre una área similar a cuando no existe lubricación. Estas condiciones definen la lubricación límite. La carga total es soportada por capas muy pequeñas de lubricante adyacentes a las superficies. La fricción es menor que en superficies completamente sin lubricar y está principalmente determinada por la naturaleza química del lubricante.



Varios regímenes de lubricación han sido identificados entre los dos extremos de lubricación hidrodinámica y límite. Las más importantes son, **lubricación mixta o de película delgada** y **lubricación elastohidrodinámica**.



CAPÍTULO 3.

TRIBOLOGÍA Y LUBRICACIÓN



| | |
|--|----|
| Tribología y lubricación | 8 |
| 5.1 ObjetivosCurva de Stribeck | 15 |
| ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..Estructura del Proyecto..... ¡Error! | |
| Marcador no definido. | |
| ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..Tribología y lubricación | |
| Marcador no definido. | |
| 5.2.Curva de Stribeck | 16 |
| 5.4.Modelo y ecuaciones del cojinete..... | 25 |
| 5.2.1Modelo de cojinete | 16 |
| 5.2.2Ecuaciones del cojinete | 17 |
| 5.3. Lubricación mixta | 21 |
| 5.4.Lubricación hidrodinámica y elastohidrodinámica | 25 |
| 5.6. Ecuación de Reynolds..... | 25 |
| 5.5.1Modelo adimensional de la ecuación de Reynolds | 27 |
| 5.7.Relación de la viscosidad y la temperatura..... | 28 |
| 5.8. Ecuación del espesor de película | 29 |
| 0.Ecuación de continuidad..... | 30 |
| 0.Parámetro de Vogelpohl | 31 |
| 0. Método de diferencias finitas | |



| | |
|---------------------------------|----|
| Condiciones de contorno | 33 |
| 0.Condiciones de contorno | 33 |
| 5.12Método del trapecio | 34 |

0.

CAPÍTULO 4.

DESARROLLO



| | |
|-------------------------------------|----|
| Desarrollo | 35 |
| 6.1. Cálculo de la viscosidad | 37 |
| 6.36.2. | |



| | |
|----------------------------------|----|
| Cálculo de la excentricidad..... | 38 |
|----------------------------------|----|

6.3.



Cálculo del Parámetro de Vogelpohl..... 40

6.40. Figura 6.4 Extracto del programa para el cálculo del Parámetro de Vogelpohl

Cálculo del campo de presiones..... 40

6.5. Cálculo de la fuerza de fricción adimensional y del coeficiente de fricción 43

0.

CAPÍTULO 5.

RESULTADOS Y ANÁLISIS



| | |
|-------------------------------|----|
| Resultados y análisis | 47 |
| 8. Trabajos futuros..... | 52 |
| 9.Relación de variables | 54 |
| 10.Bibliografía | 57 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1.1 Esquema general del modelo..... | 9 |
| Figura 2.1 Curva de Stribeck y principales regímenes [1] | 11 |
| Figura 3.1 Cojinete de deslizamiento y cojinete de rodadura | 16 |
| Figura 3.2 Descripción general de la geometría del cojinete. [8] | 17 |
| Figura 3.3 Variable adimensional del espesor mínimo de película (h_0 / c) y excentricidad (e / c) [6] . | 18 |
| Figura 3.4 Posición del espesor mínimo de película, indicada por Φ . [6]..... | 18 |
| Figura 3.5 Variable adimensional del coeficiente de fricción ($f \cdot R / c$) [6] | 19 |
| Figura 3.6 Relación de caudales..... | 20 |
| Figura 3.7 Variable adimensional del caudal [6] | 21 |
| Figura 3.8 Evolución de la viscosidad del aceite en función de la temperatura..... | 29 |
| Figura 3.9 Dominios del parámetro de Vogelpohl para el método de diferencias finitas..... | 33 |
| Figura 3.11 Esquema del método del trapecio | 34 |
| Figura 4.1 Extracto del programa que refleja el cálculo de la viscosidad | 37 |
| Figura 4.2 Distribución de presiones para el cojinete..... | 38 |
| Figura 4.3 Esquema general de resolución del valor de la excentricidad..... | 39 |
| Figura 4.4 Captura de pantalla del cálculo del parámetro de Vogelpohl ¡Error! Marcador no definido. | |
| Figura 4.5 Extracto del programa para el cálculo del Parámetro de Vogelpohl | 40 |
| Figura 4.6 Esquema general de resolución del campo de presiones..... | 42 |
| Figura 4.7. Esquema de trabajo del programa de cálculo del coeficiente de fricción..... | 45 |
| Figura 5.1 Perfil del espesor de película (velocidad = 0.96 m/s, carga = 500N, Temperatura = 39 °C) | 47 |
| Figura 5.2 Línea de cavitación (velocidad = 0.96 m/s, carga = 500N, Temperatura = 39 °C) | 48 |
| Figura 5.3 Perfil de presiones (velocidad = 0.96 m/s, carga = 500N, Temperatura = 39 °C) | 49 |
| Figura 5.4 Fuerza de fricción (velocidad = 0.96m / s, carga = 500N, Temperatura = 39 °C) | 50 |



CAPÍTULO 1.

INTRODUCCIÓN

3. Introducción

A lo largo de éste capítulo trataremos las ideas que estructuran la base del Proyecto, el tema fundamental que se va a desarrollar y los principales conceptos del Proyecto que van a servir de presentación para tener una síntesis global del trabajo desarrollado.

3.1. Introducción

El Proyecto se engloba dentro de un estudio para la industria aeroespacial, en concreto para una pieza conocida como IDG (*Integrated Drive Generator*), pieza cuya misión es mantener el suministro eléctrico de una aeronave de manera constante. Dado que el régimen de giro de un avión varía desde el ralentí hasta su máxima potencia, se debe transformar ese régimen de giro a uno constante que permita obtener de manera estable y constante el suministro eléctrico del avión. Este componente del avión, se encuentra de manera redundante en la aeronave, pero su fallo, implica un período de mantenimiento elevado. Por lo tanto, conocer la vida útil o poder estimarla, permite mejorar los tiempos y planificación del mantenimiento de la aeronave.

Por todo ello, es necesario desarrollar un modelo que permita conocer el estado en que funciona el componente más crítico del IDG, que no es otro que un cojinete. Conocer el campo de presiones, la altura del espesor de película lubricante y su fricción, son claves para entender su funcionamiento y evolución para la predicción del fallo en la pieza. Este es el pilar sobre el que se desarrolla el Proyecto de Fin de Carrera que se expone.

El resto del estudio se desarrolla por personal de la Universidad de Cranfield y empresas externas. Consta, también de un banco de ensayos, en el cual simular el funcionamiento de la pieza con el fin de establecer una relación con la pieza real.

Posteriormente, y una vez implementado el modelo, se observa la paridad entre los resultados obtenidos y el banco de ensayos, se realizan los ajustes necesarios y se analiza la efectividad del modelo en relación con los datos experimentales.

Dependiendo de la correlación entre el modelo y la realidad, se tratan de establecer las bases para un modelo de predicción de la vida útil remanente de la pieza, que permita predecir su fallo y establecer el momento óptimo para su reemplazo afectando, en lo menor posible, a las futuras tareas que deba desempeñar dentro de un sistema de mayor complejidad.

3.2. Objetivos

El objetivo fundamental del Proyecto se basa en desarrollar un modelo en Matlab, de predicción del nivel de fricción en un cojinete para todo instante de su régimen de funcionamiento, lo que permite analizar con mayor precisión la fatiga sufrida por el sistema y aproximarse a la vida útil de que dispone en función del uso al que haya estado sometido.

El primer paso es la definición de los parámetros necesarios para simular con la mayor precisión posible, las condiciones a las que se ve sometido el cojinete. Se deben tener en cuenta los materiales empleados, su tolerancia, el tipo de aceite con el que se lubrica, la temperatura operativa del conjunto y otra serie de parámetros que componen el conjunto de datos de entrada al modelo.

La complejidad del Proyecto Fin de Carrera resulta de calcular de manera simultánea el valor del coeficiente de fricción, para regímenes de carga, velocidad y temperatura variables, lo que incrementa enormemente los cálculos y permite saber con exactitud la evolución del cojinete en los regímenes de lubricación mixta e hidrodinámica.

En la Figura 1.1 se muestra un esquema general del esquema general del proyecto:

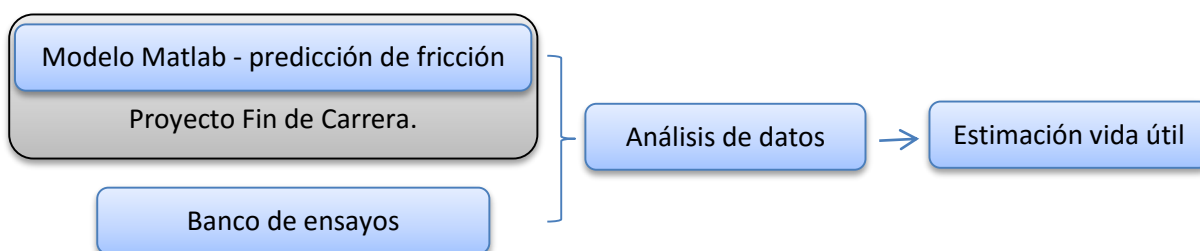


Figura 1.1 Esquema general del modelo.



CAPÍTULO 2.

ESTRUCTURA DEL PROYECTO

4. Estructura del Proyecto

El tratamiento de los datos introducidos, responde a una serie de modelos que quedan comentados a lo largo de los siguientes apartados. Como visión de conjunto se puede comenzar hablando del papel de la lubricación y sus diferentes regímenes.

Debido a que la lubricación disminuye la fricción, se ahorra energía y se reduce el desgaste. La lubricación siempre mejora la suavidad del movimiento de una superficie sobre otra. Esto se puede lograr de distintas maneras. Los distintos tipos de lubricación, normalmente, son denominados Regímenes de Lubricación. Durante el ciclo de trabajo de la máquina puede haber cambios entre los diferentes regímenes de lubricación. No obstante, un aumento excesivo de la película de lubricante, genera mayor fricción debido al esfuerzo necesario para mover el lubricante.

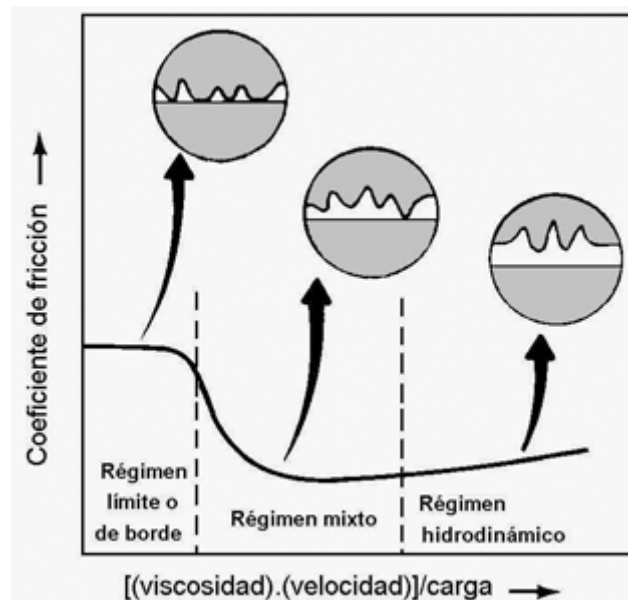


Figura 2.1 Curva de Stribeck y principales regímenes 1

Las mejores condiciones de lubricación existen cuando las dos superficies móviles están completamente separadas por una película de lubricante. Esta forma de lubricación es conocida como hidrodinámica o lubricación de película gruesa. El espesor de la película de aceite depende principalmente de la viscosidad del lubricante, de la velocidad y de la carga.

Por otro lado, la lubricación es menos eficiente cuando la película es tan delgada que el contacto entre las superficies tiene lugar sobre una área similar a cuando no existe lubricación. Estas condiciones definen la lubricación límite. La carga total es soportada por capas muy pequeñas de lubricante adyacentes a las superficies. La fricción es menor que en superficies completamente sin lubricar y está principalmente determinada por la naturaleza química del lubricante.



Varios regímenes de lubricación han sido identificados entre los dos extremos de lubricación hidrodinámica y límite. Las más importantes son, **lubricación mixta o de película delgada** y **lubricación elastohidrodinámica**.



CAPÍTULO 3.

TRIBOLOGÍA Y LUBRICACIÓN

5. Tribología y lubricación

La fricción es la resistencia encontrada por un cuerpo que se mueve sobre otro, está en todas partes en la vida diaria. En algunos casos la fricción es útil, como en frenos, transmisiones por fricción, neumáticos, etc. Sin embargo, en muchas situaciones la fricción debe ser reducida a fin de minimizar la pérdida de potencia, por ejemplo en rodamientos.

Hay múltiples maneras de reducir la fricción. Por ejemplo, en contactos de rodadura, una de las maneras de reducir la fricción es la lubricación.

La lubricación es la aplicación de lubricantes tales como aceite o grasa para reducir la resistencia al cizallamiento entre las superficies móviles. Si dos superficies en movimiento están separadas por una película de fluido, todo cizallamiento tendrá lugar en la película lubricante y este tipo de lubricación se conoce como lubricación hidrodinámica. En muchos casos, la presión es tan alta y la película tan delgada que la deformación elástica de las superficies ya no se puede despreciar, la lubricación bajo tales condiciones se refiere a la lubricación como elastohidrodinámica.

Una de las propiedades más importantes en un lubricante es su viscosidad. La viscosidad proporciona una medida de la resistencia de un fluido a cizalladura, similar al módulo de corte de un material sólido. La viscosidad depende de la presión y, sobre todo de la temperatura, además su relación es exponencial con la presión y la temperatura. Cuando la presión aumenta o disminuye la temperatura, la viscosidad aumenta significativamente. Por lo tanto, con el fin de predecir correctamente la fricción en la película lubricante, deben ser conocidas la presión y la temperatura en estas condiciones.

En mecánica, la rugosidad es el conjunto de irregularidades que posee una superficie. La mayor o menor rugosidad de una superficie depende de su acabado superficial. Este, permite definir la geometría de las superficies para hacerlas válidas en el desempeño de la función para la que hayan sido diseñadas. Es un proceso que, en general hay que realizar para corregir los errores de forma y las ondulaciones que pudiesen presentar las distintas superficies durante su proceso de fabricación (fundición, forja, laminación, etc).

El parámetro de medida de la rugosidad más utilizado es la rugosidad media R_a (desviación media aritmética del perfil). El R_a se define para un perfil de longitud L con la siguiente expresión:

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |z| dx \quad (1.1)$$

Donde z es la altura medida desde la línea central. Esta línea central se define como la línea tal que el área por encima de la línea es igual a la zona debajo de la línea.

5.1. Curva de Stribeck

La curva de Stribeck (Figura 2.1) es un gráfico clásico basado en el estudio de la lubricación de un eje liso, en contacto con su cojinete. A medida que aumenta la velocidad, se forma una cuña de lubricante que produce una película entre el cojinete y el eje. Este fenómeno se conoce como lubricación hidrodinámica e impide el desgaste.

La lubricación hidrodinámica o lubricación de película gruesa, se obtiene cuando las dos superficies están completamente separadas por una película suficiente del lubricante.

A muy bajas velocidades, predomina la lubricación por capa límite. Se obtiene lubricación por capa límite cuando el espesor de la película del lubricante es de una magnitud similar a las moléculas individuales de aceite. Toda la carga es soportada por las crestas de la superficie en el área de contacto y la lubricación hidrodinámica es inexistente.

A velocidades altas se crea un efecto de cuña entre el fluido y el objeto. La presión hidrodinámica separa completamente el objeto de la superficie.

La lubricación elastohidrodinámica se obtiene en superficies en contacto fuertemente cargadas (elásticas). Esto es, superficies que cambian su forma bajo una carga fuerte, y vuelven a su forma original cuando cesa la carga.

El régimen intermedio, se da en velocidades medias y bajas, parte de la carga se transmite por medio del lubricante y parte por el contacto directo entre superficies.

Los principales parámetros que definen la curva de Stribeck son la velocidad, la carga y la viscosidad del aceite.

- Efecto de la velocidad: el aumento de la velocidad incrementa el espesor mínimo de la película (h_{min}); por lo tanto, velocidades más altas reducen el riesgo de contacto metal-metal. Sin embargo, el calor generado por la fricción está directamente relacionado con la velocidad.
- Efecto de la carga: la reducción de la carga aumenta h_{min} . Cabe señalar que el par y la carga están directamente relacionados, así pares bajos también aumenta h_{min} y el riesgo de contacto metal-metal.
- Efecto de la viscosidad: un lubricante con mayor viscosidad aumentaría la h_{min} y por lo tanto, el riesgo de contacto metal-metal. Sin embargo, hay que señalar que la viscosidad de un lubricante dado puede ser modificada significativamente dependiendo de la temperatura.
- Efecto de la temperatura: como se mencionó anteriormente, la viscosidad es una función de la temperatura. A medida que la temperatura aumenta la viscosidad disminuye, y h_{min} se reduce.

Se ha demostrado que un aumento en la fricción eleva la temperatura del sistema, pero se debe mencionar que el aumento de la temperatura provoca un coeficiente de fricción aún más alto, que puede conducir a una situación crítica de contacto metal-metal.

5.2. Modelo y ecuaciones del cojinete

Cuando un elemento de máquina rotatoria está soportado por un segundo elemento, y hay un movimiento relativo entre ellos, de tal forma que las superficies en contacto deslizan una sobre la otra, el conjunto constituye un cojinete. Comúnmente, se llama cojinete al elemento que soporta o sobre el cual se mueve el otro elemento, el cual puede ser un gorrón, un collar de empuje, zapatas, etc.

Los cojinetes se clasifican por lo general, según el tipo de rozamiento que experimentan y por el tipo de carga que soportan. Según el tipo de rozamiento se distinguen los cojinetes de fricción o de deslizamiento como se observa en la , y los cojinetes de antifricción o de rodadura. Entre los primeros se cuentan los cojinetes de casquillo completo o buje y los de casquillo partido. Entre los segundos los de bolas o rodillos. En éste Proyecto se toma en cuenta el primero de ellos, es decir, de deslizamiento.

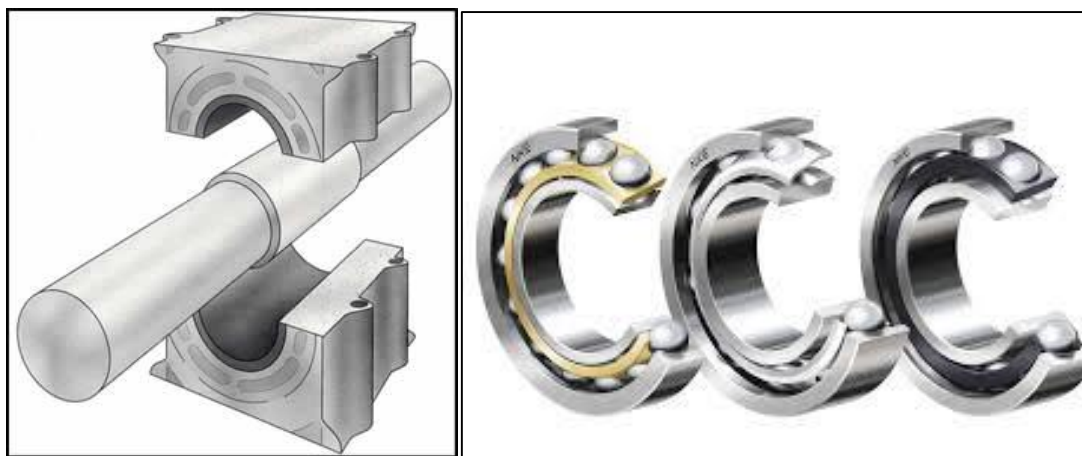


Figura 5.1 Cojinete de deslizamiento y cojinete de rodadura

5.2.1. Modelo de cojinete

El cojinete seleccionado para estudio durante éste Proyecto de Fin de Carrera es un cojinete radial como el de la Figura 5.2, que es aquel que soporta cargas radiales transmitidas por ejes horizontales rotantes o gorriones.

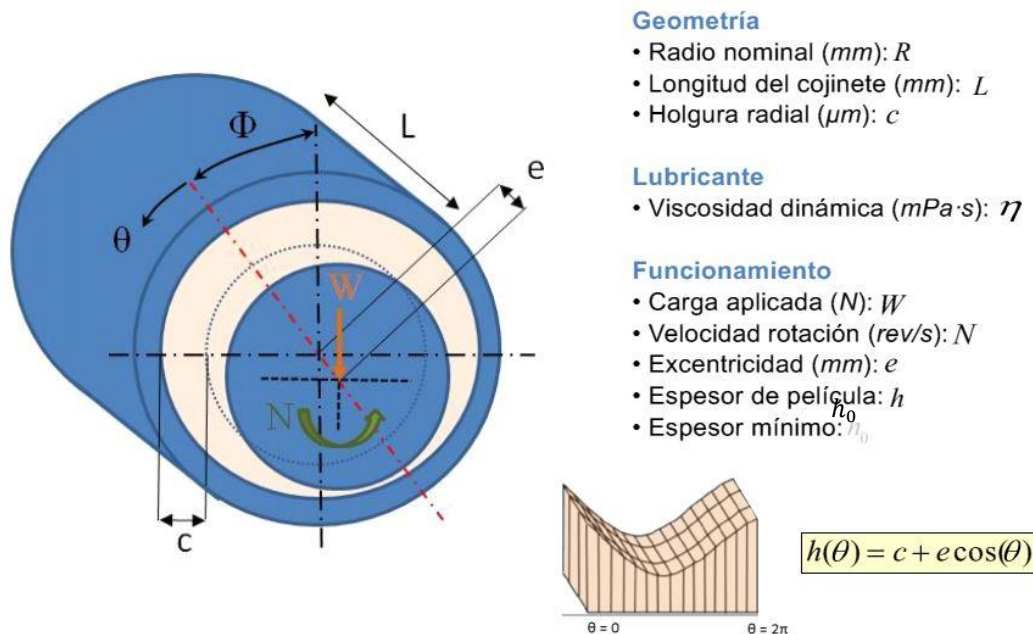


Figura 5.2 Descripción general de la geometría del cojinete. 8

5.2.2. Ecuaciones del cojinete

La base del estudio del cojinete son las ecuaciones propuestas por Reynolds (con más detalle en el apartado 5.4), con la particularidad de que a lo largo del Proyecto dichas ecuaciones se han llevado a análisis para cada nodo establecido dentro del modelo creado, dotando de mayor precisión y fiabilidad a los resultados para su posterior evaluación.

Se debe tener en cuenta las siguientes variables en su forma adimensional para el cálculo de nuestro cojinete:

- h_0/c espesor adimensional mínimo de película
- $\varepsilon = e/c$ factor de excentricidad
- Φ posición del espesor mínimo
- fR/c coeficiente de fricción adimensional
- $S = \left(\frac{R}{c}\right)^2 \frac{\eta N}{p}$ número de Sommerfeld

La relación entre los distintos parámetros se puede observar en las gráficas proporcionadas por Raimondi y Boyd [6]

En la Figura 5.3, se observa la relación entre el espesor de película y el número característico del cojinete:

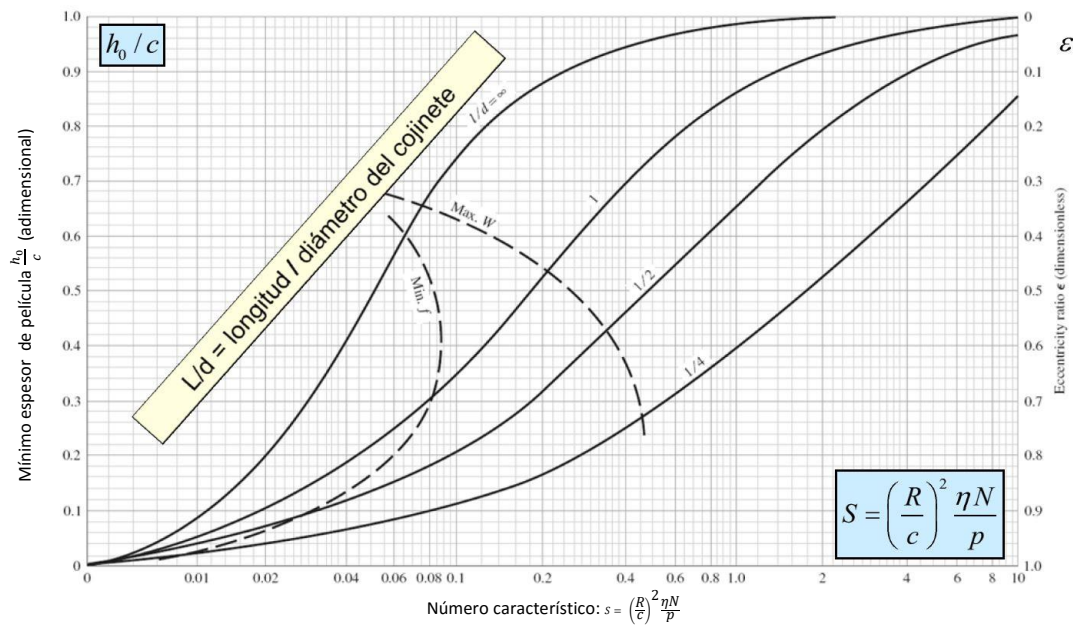


Figura 5.3 Variable adimensional del espesor mínimo de película (h_0/c) y excentricidad (e/c) [6]

Se observa que cuando aumenta el número de Sommerfeld, la altura adimensional es proporcional a ese aumento, y sigue una relación de aumento de igual manera con el valor de la excentricidad.

En la Figura 5.4, se puede observar la relación entre la posición mínima del espesor de película lubricante y el número característico:

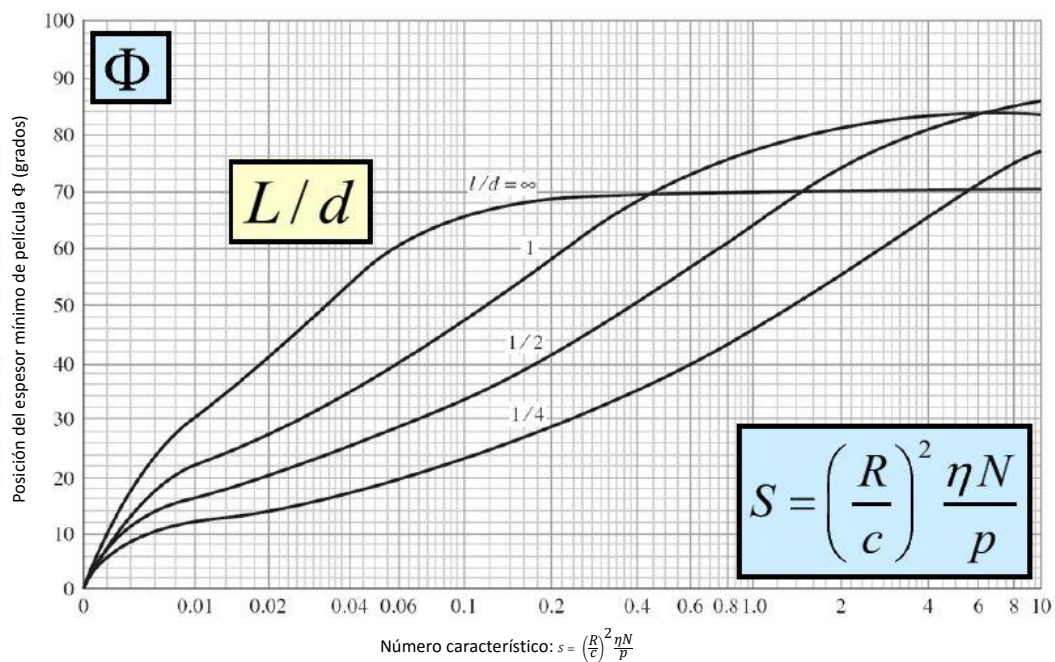


Figura 5.4 Posición del espesor mínimo de película, indicada por Φ . [6]

Para un incremento en el número de Sommerfeld, el valor del ángulo en el que se sitúa el espesor mínimo de película varía también aumentando el mismo. Cuanto mayor sea la relación de longitud y diámetro del cojinete, antes se alcanza el valor máximo del ángulo en el que se sitúa el espesor mínimo de la película.

En la Figura 5.5, se puede observar la relación entre el coeficiente de fricción y el número característico:

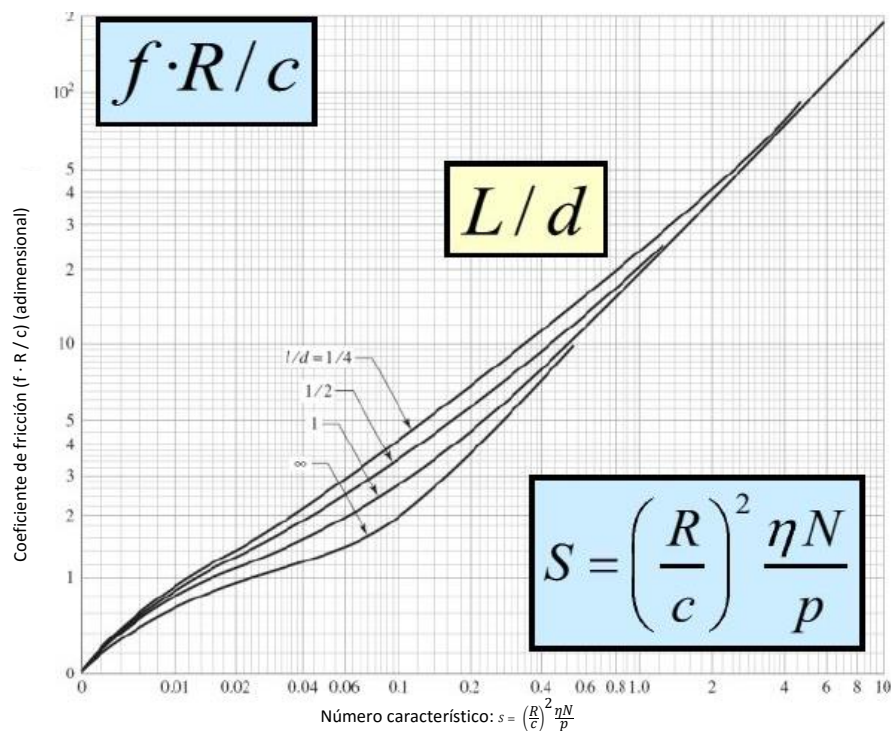


Figura 5.5 Variable adimensional del coeficiente de fricción ($f \cdot R / c$) [6]

La relación entre el número de Sommerfeld y el coeficiente de fricción también evoluciona de manera directa, para un crecimiento del primero se obtienen valores mayores del segundo. Cuanto menor sea la relación de longitud y diámetro del cojinete, mayor es el coeficiente de fricción para un mismo valor en el número de Sommerfeld.

En la Figura 5.6, se puede observar la relación entre la relación de caudales y el número característico:

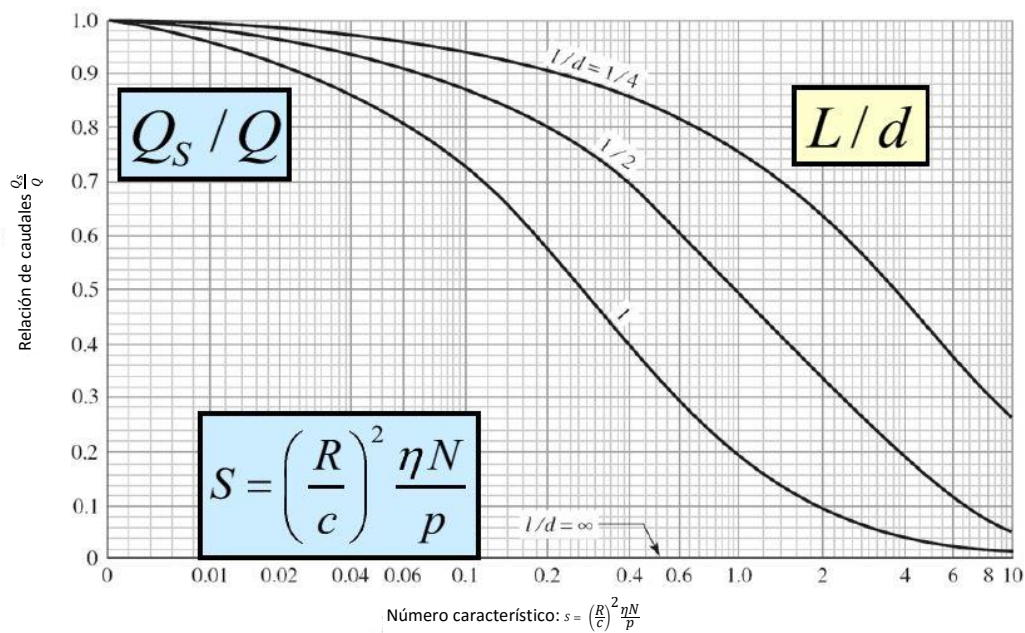


Figura 5.6 Relación de caudales.

Q es el caudal que circula por la cuña hidrodinámica. Q_s el caudal que se escapa lateralmente. Este gráfico sólo es aplicable para lubricación por aceite introducido a presión atmosférica 6

En la Figura 5.6 se observa que la relación entre caudal saliente y caudal circulante con respecto al número de Sommerfeld es inversa, para un crecimiento del número de Sommerfeld, la relación de caudales disminuye. En este caso, se observa que la relación de caudales es mayor para un mismo número de Sommerfeld cuando la relación de longitud y diámetro de nuestro cojinete es menor.

En la Figura 5.7, se puede observar la relación entre el flujo y el número característico:

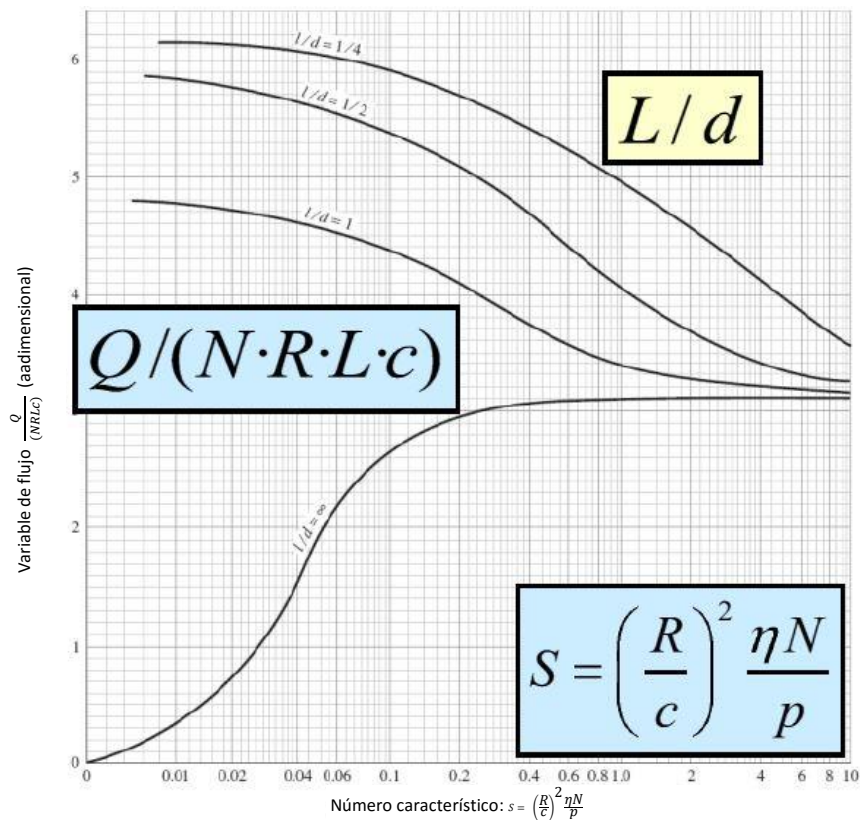


Figura 5.7 Variable adimensional del caudal [6]

La relación del caudal adimensional con el número de Sommerfeld es inversa, es decir, para un mayor caudal, menor es el número de Sommerfeld, y dicho caudal adimensional, es aún mayor cuanto menor sea la relación de longitud y diámetro de nuestro cojinete.

5.3.Lubricación mixta

En condiciones severas la película de aceite no puede transmitir toda la carga; ya sea debido a la velocidad insuficiente, carga excesiva, alta temperatura o una combinación de ellos. Hay contacto metal-metal parcial entre el cojinete y el eje que provoca un fuerte aumento de la fricción y de temperatura que puede conducir al fallo.

Los fenómenos involucrados en la lubricación mixta no están tan bien entendidos como los regímenes posteriormente introducidos. Se requieren parámetros de rugosidad para modelar esta región y la investigación en esta área es mucho más limitado que en las anteriores.

Este régimen representa un estado intermedio entre lubricación límite e hidrodinámica, por el cual todo mecanismo pasa antes de alcanzar esta última condición. En este caso, parte de las asperezas superficiales de ambos mecanismos se intercalan de tal forma que sólo una parte de la carga es soportada por las acciones hidrodinámicas y la otra por la película límite que recubre las

irregularidades de ambas superficies. Una selección incorrecta del aceite, al igual que una disminución en su viscosidad, pueden dar lugar a que el mecanismo quede funcionando bajo estas condiciones. En este caso, el espesor de la película lubricante es igual a la rugosidad promedio de ambas superficies y no se alcanza a obtener un flujo laminar, de tal manera que se produce un contacto entre ambas superficies, que degrada el cojinete acortando su vida útil.

El modelo presentado por Greenwood & Williamson [9] se emplea para el cálculo de la carga acarreada por las asperezas y la teoría del modelo elastohidrodinámico para el cálculo de la carga producida por la película de lubricante. Esto se observa en la expresión:

$$P = P_a + P_h \quad (3.1)$$

Donde P_h es la carga a casusa de las asperezas y P_a la acarreada por el lubricante. El modelo de Greenwood & Williamson [9] se emplea para el cálculo de P_a y el modelo de Eyring [3] se emplea para el cálculo de P_h . Los coeficientes γ_1 y γ_2 se definen como:

$$\gamma_1 = \frac{P}{P_h} \quad (3.2)$$

$$\gamma_2 = \frac{P}{P_a} \quad (3.3)$$

La relación entre γ_1 y γ_2 es:

$$\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} = 1 \quad (3.4)$$

La distribución total de presión se considera como una distribución de presiones semi-elíptica de Hertz, Budynas.R, Nisbett.K [9] y Beer.F.P., Johnston.E.R. [13], donde:

$$p_{max} = \frac{2P}{\pi b l} \quad (3.5)$$

$$b = \sqrt{\frac{2P (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2}{\pi l \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)}} \quad (3.6)$$

donde:

P fuerza aplicada [N].

l longitud de contacto del cojinete.

d_1 y d_2 diámetros de la carcasa y el eje del cojinete.

E_1 y E_2 módulo elástico de la carcasa y el eje del cojinete.

ν_1 y ν_2 . coeficiente de Poisson .

Para reducir el número de parámetros y simplificar los cálculos, se emplean las siguientes expresiones para valores adimensionales obtenidas del modelo de Gelnick 11:

$$\bar{p} = \frac{p}{p_{max}} \quad (3.7)$$

$$X = \frac{x}{b} \quad (3.8)$$

$$H = \frac{hR}{b^2} \quad (3.9)$$

$$\bar{\sigma}_s = \frac{\sigma_s R}{b^2} \quad (3.10)$$

$$\bar{n} = 4nb^2 \sqrt{\frac{\beta}{R}} \quad (3.11)$$

siendo:

\bar{p} presión adimensional.

X coordenada adimensional.

H espesor de película adimensional.

\bar{n} numero adimensional de asperezas.

σ_s desviación estándar de las alturas de las asperezas [m].

$\bar{\sigma}_s$ desviación adimensional estándar de las alturas de las asperezas.

β radio de las asperezas [m].

R radio del eje [m].

Por lo tanto, la presión media adimensional de las asperezas, se puede expresar de la siguiente manera:

$$\bar{p}_{av,a} = \frac{2}{3} \bar{n} \bar{\sigma}_s \sqrt{\bar{\sigma}_s} F_{3/2} \left(\frac{H_{lim}}{\bar{\sigma}_s} \right) = \frac{P\gamma_2}{Ap_{max}} \quad (3.12)$$

Esta expresión aporta el mismo cálculo de la presión adimensional media, pero por dos métodos que sirve de ajuste del modelo.

La parte izquierda de la expresión, corresponde a un cálculo de las asperezas mediante el siguiente razonamiento explicado con el modelo de Greenwood & Williamson 9. La distribución de alturas de las asperezas, sigue una distribución Gausiana de la manera:

$$\phi_s(z) = \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2\sigma_s^2} \quad (3.13)$$

Con un número de colinas o irregularidades por unidad de área en contacto:

$$N = n \int_{h_{lim}}^{\infty} \phi_s(z) dz \quad (3.14)$$

Siendo h_{lim} la altura mínima en la que las asperezas entrarán en contacto por ser éstas mayores que el espesor mínimo de la película de lubricante, cuyo valor viene determinado por el modelo de Johnson 12:

$$h_{lim} \approx 0.7h_f \quad (3.15)$$

donde h_f es la altura del fluido.

De manera que, si se calcula, para cada aspereza la presión de Hertz, considerando las deformaciones de las asperezas de manera elástica:

$$P_i = \frac{2}{3} E \beta^{1/2} (z - h_{lim})^{3/2} \quad (3.16)$$

Con un área de contacto:

$$A_i = \pi \beta (z - h_{lim}) \quad (3.17)$$

Es decir, se obtiene que la presión media de las asperezas teniendo en cuenta el modelo de Greenwood & Williamson 9 es decir:

$$p_{av,a} = N \frac{P_i}{A_i} = \frac{2}{3} n E \beta^{1/2} \int_{h_{lim}}^{\infty} (z - h_{lim})^{3/2} \phi_s(z) dz \quad (3.18)$$

Que, para una distribución estándar de alturas, dará como resultado:

$$p_{av,a} = \frac{2}{3} n E \beta^{1/2} \sigma_s^{3/2} F_{3/2} \left(\frac{h_{lim}}{\sigma_s} \right) \quad (3.19)$$

Escrita de manera que los parámetros sean adimensionales, se obtiene:

$$\bar{p}_{av,a} = \frac{2}{3} \bar{n} \bar{\sigma}_s \sqrt{\bar{\sigma}_s} F_{3/2} \left(\frac{H_{lim}}{\bar{\sigma}_s} \right) \quad (3.20)$$

Para la parte derecha de la ecuación, este Proyecto se basa en el modelo de presiones semi-elíptica de Hertz, Budynas.R, Nisbett.K 9 y Beer.F.P., Johnston.E.R. 13, que, escrito de forma adimensional en la ecuación (3.12):

$$\bar{p}_{av,a} = \frac{P\gamma_2}{Ap_{max}} \quad (3.21)$$

Que es la expresión para el cálculo de presión de Hertz, en función del valor de asperezas obtenido gracias a la relación del parámetro γ_2 , el cual indica el porcentaje las mismas.

5.4.Lubricación hidrodinámica y elastohidrodinámica

La lubricación hidrodinámica consiste en un contacto totalmente lubricado con cargas relativamente bajas. El comportamiento puede ser modelado utilizando una versión simplificada de la ecuación de Reynolds (ecuación 3.22) y el comportamiento del cojinete depende de un parámetro llamado **número Sommerfield** (14) que depende de la velocidad, la carga y la viscosidad. Sin embargo, bajo condiciones de carga pesadas este modelo ya no representa el comportamiento del cojinete.

La lubricación elastohidrodinámica se da en condiciones de carga pesada, en el que el espesor de la película es mínimo pero el contacto metal-metal no se produce. Es particularmente importante para modelar la cavitación debido a la alta presión y cómo esta cavitación modifica el perfil de presión y el coeficiente de fricción.

La teoría de la lubricación elastohidrodinámica tiene como base tres ecuaciones: la ecuación de Reynolds, la ecuación del espesor de película del lubricante y la ecuación de continuidad. La ecuación de Reynolds describe la relación entre la presión en la película de lubricante como función de la distancia y la velocidad de las superficies en movimiento. La ecuación del espesor de película muestra la deformación elástica de las superficies como consecuencia de la presión y la ecuación de continuidad requiere que la integral sobre la presión en la película sea igual a la carga aplicada externamente. Las tres ecuaciones que gobiernan se discuten a continuación (3.4 Ec. Reynolds, 3.7 Ec. Espesor de película y 3.8 Ec. Continuidad).

5.5. Ecuación de Reynolds

La Teoría de Lubricación ha permitido el tratamiento de numerosos problemas tecnológicos relacionados con la Mecánica de los Fluidos (lubricación de cojinetes, procesamiento de polímeros, etc.). Dicha teoría se expresa mediante la ecuación bidimensional de Reynolds, que modela el comportamiento de una delgada película de fluido, teniendo en cuenta una dirección preferencial de desplazamiento. De esta manera, el problema se reduce a la determinación del campo de presiones en el fluido según O. Pinkus and B. Sterlinch [1]. Este modelo se aplica profusamente en la solución de diversos problemas de lubricación en cojinetes, tanto para modelos ideales absolutamente rígidos, teniendo en cuenta la elasticidad del material, lo que conduce a considerar las deformaciones

producidas sobre el metal por efecto de la sobrepresión que se genera dentro del cojinete. Este tipo de fenómeno es importante en el caso de rodamientos o cojinetes de bolas, donde las cargas imperantes sobre las bolas en la zona de contacto generan altas sobrepresiones que tienden a deformarlas. También puede darse el fenómeno en cojinetes altamente cargados.

La física detrás del comportamiento de los cojinetes hidrodinámicos se basa en una simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes, teniendo en cuenta que el espesor de la película y el perfil de presión se puede obtener en función de la posición angular y axial resolviendo una ecuación diferencial. Esta ecuación, es conocida comúnmente como "ecuación de Reynolds":

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6v + \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + 6\rho h \frac{\partial(u_s)}{\partial x} + 12 \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (3.22)$$

donde

u_s suma de las velocidades de las superficies

x, y coordenadas cartesianas

t tiempo

p presión

h espesor de película lubricante

ρ densidad

η viscosidad

Los términos que aparecen a la izquierda son, generalmente llamados términos de Poisseuille. Los tres términos que quedan a la derecha de la ecuación muestran los efectos de la presión hidrodinámica en el hueco que aparece entre en eje y la carcasa del cojinete. Si se toma el flujo como constante, se puede considerar que, $\partial(\rho h)/\partial t$ es cero, y si, además, la suma de las velocidades a lo largo de la dirección de x es constante, también se puede anular dicho término.

Además, para resolver la ecuación se debe establecer unas condiciones de contorno, en las cuales se fija:

$$p(x_a, y) = p(x_b, y) = 0 \quad (3.23)$$

$$p(x, -y_a) = p(x, y_a) = 0 \quad (3.24)$$

Siendo x_a, x_b e y_a los límites del dominio.

El modelo empleado en el Proyecto, se basa en el empleo del 'método de diferencias finitas' (véase 3.9) para el tratamiento de la ecuación de Reynolds en forma adimensional.

5.5.1. Modelo adimensional de la ecuación de Reynolds

El beneficio de la adimensionalización es que el número de parámetros que controlan la dinámica del fluido se reduce y un conjunto de datos relativamente limitado proporciona la información necesaria en cualquier cojinete.

La ecuación de Reynolds (3.22) se expresa en términos de espesor de la película h , la presión p , que arrastra velocidad U y viscosidad dinámica η . Las formas no dimensionales de las variables de la ecuación son las siguientes:

$$h^* = \frac{h}{c} \quad (3.25)$$

$$x^* = \frac{x}{R} \quad (3.26)$$

$$y^* = \frac{y}{L} \quad (3.27)$$

$$p^* = \frac{pc^2}{6U\eta R} \quad (3.28)$$

donde:

h es el espesor de la película [m].

c es la holgura del cojinete [m].

R es el radio del cojinete [m].

L es la longitud axial del cojinete [m].

p es la presión [Pa].

U es la velocidad relativa [m/s], es decir $U = (U_1 + U_2)/2$.

η es la viscosidad dinámica [Pas].

x, y son las coordenadas [m].

Como resultado se obtiene la ecuación de Reynolds en su forma no dimensional:

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left(h^{*3} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \right) + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial y^*} \left(h^* \frac{\partial p^*}{\partial y^*} \right) = \frac{\partial h^*}{\partial x^*} \quad (3.29)$$

Todos los términos de la ecuación no son dimensionales aparte de R y L , que sólo están presentes como una relación adimensional. Aunque cualquier otro esquema para la adimensionalización es válido, se emplea este esquema particular que es el más popular y conveniente.

5.6. Relación de la viscosidad y la temperatura

La viscosidad de los aceites lubricantes es extremadamente sensible a la temperatura de funcionamiento (véase

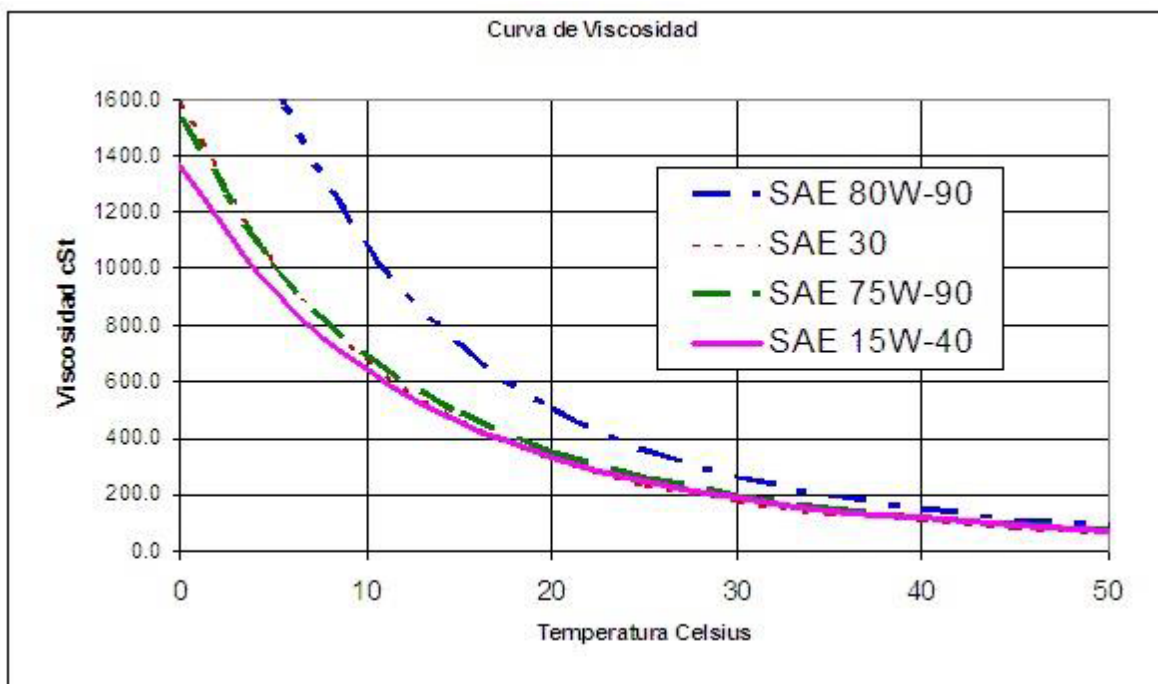


Figura 5.8 Evolución de la viscosidad del aceite en función de la temperatura.). Con el aumento de la temperatura la viscosidad de los aceites cae muy rápidamente.

En algunos casos, la viscosidad del aceite puede caer en aproximadamente un 80%, con un aumento de temperatura de 25 ° C. Desde el punto de vista de ingeniería es importante conocer el valor de la viscosidad a la temperatura de funcionamiento, ya que determina el espesor de la película del lubricante que separa las dos superficies. La viscosidad del aceite a una temperatura específica se puede calcular, ya sea a partir de la ecuación de viscosidad-temperatura u obteniéndola de la tabla ASTM viscosidad-temperatura.

En el Proyecto, se toma el modelo de Reynolds para relacionar la variación de la viscosidad en función de la temperatura, conforme a la ecuación:

$$\eta = e^{-aT} b \quad (3.30)$$

siendo:

a, b constantes.

T temperatura [k].

5.7. Ecuación del espesor de película

La ecuación de Reynolds se puede utilizar para resolver la presión en el fluido cuando se conoce su geometría. Con el fin de determinar la geometría, es decir, la forma del espesor de la película, se requiere una relación describiendo la deformación elástica de la superficie por la presión.

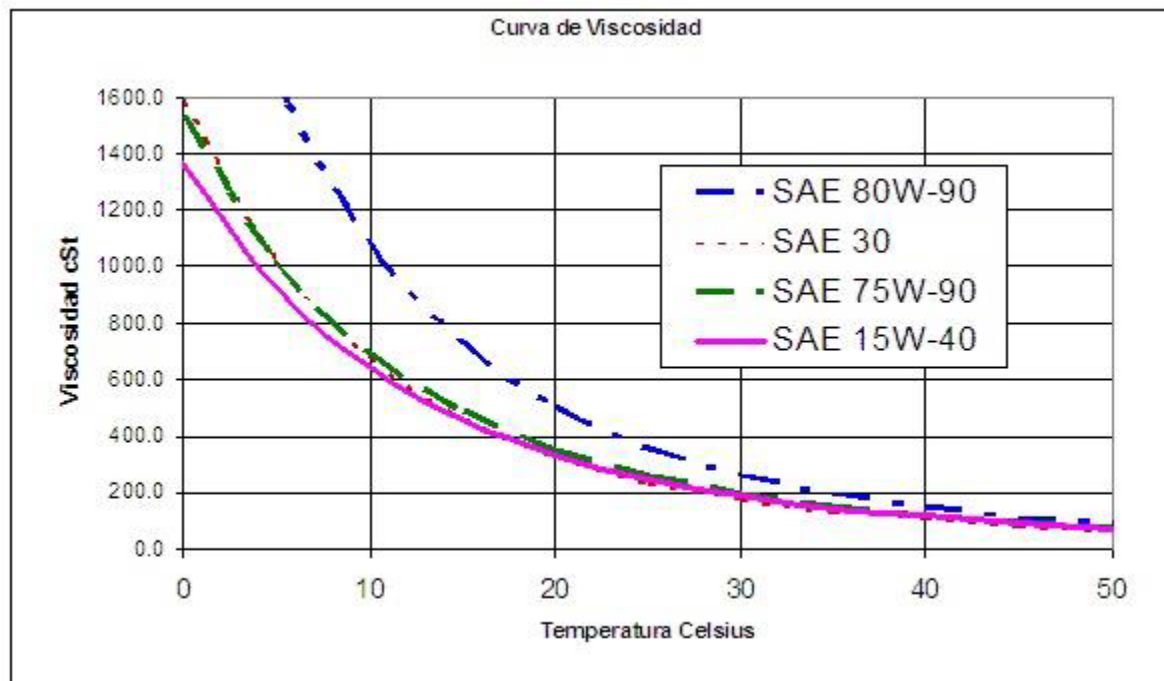


Figura 5.8 Evolución de la viscosidad del aceite en función de la temperatura.

La ecuación que describe la forma de la película en una situación de línea de contacto es:

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R} + d(x) \quad (3.31)$$

donde:

R Radio de curvatura $R = 1/R_1 + 1/R_2$ (siendo $R_2 = \infty$).

h_0 Constante.

$d(x)$ Deformación elástica.

5.8. Ecuación de continuidad

La carga aplicada sobre los cuerpos en contacto es soportada por el lubricante. Por lo tanto, la integral sobre la presión en la película da la carga aplicada. Para la línea contacto, se obtiene la siguiente expresión:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) dx dy = P \quad (3.32)$$

5.9. Parámetro de Vogelpohl

El parámetro Vogelpohl fue desarrollado para mejorar la precisión de las soluciones numéricas de la ecuación de Reynolds y se introdujo por Vogelpohl [3] en la década de 1930. El parámetro Vogelpohl ' M_v ' se define como:

$$M_v = p^* h^{*1.5} \quad (3.33)$$

Si se introduce en la forma no dimensional de la ecuación de Reynolds (2.2) se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial^2 M_v}{\partial x^{*2}} + \left(\frac{R}{L}\right)^2 \frac{\partial M_v}{\partial y^{*2}} = F M_v + G \quad (3.34)$$

Donde los parámetros 'F' y 'G' para cojinetes son los siguientes:

$$F = \frac{0.75 \left[\left(\frac{\partial h^*}{\partial x^*} \right)^2 + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \left(\frac{\partial h^{*2}}{\partial y^*} \right)^2 \right]}{h^{*2}} + \frac{1.5 \left[\frac{\partial^2 h^*}{\partial x^{*2}} + \left(\frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial h^*}{\partial y^{*2}} \right]}{h^*} \quad (3.35)$$

$$G = \frac{\left(\frac{\partial h^*}{\partial x^*} \right)}{h^{*1.5}} \quad (3.36)$$

donde:

M_v Parámetro de Vogelpohl.

F Parámetro de cojinete.

G Parámetro de cojinete.

El parámetro Vogelpohl facilita la computación mediante la simplificación de los operadores diferenciales de la ecuación de Reynolds.

5.10. Método de diferencias finitas

El Método de Diferencias Finitas es un método de carácter general que permite la resolución aproximada de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales definidas en recintos finitos. Es de una gran sencillez conceptual y constituye un procedimiento muy adecuado para la resolución de una ecuación bidimensional como la que se plantea.

El primer paso para la aplicación del método consiste en discretizar el recinto del plano en el que se quiere resolver la ecuación con una malla, por conveniencia cuadrada. Los puntos de la malla están separados una distancia del mismo valor en ambas direcciones x e y . Por ejemplo, la aproximación por diferencias finitas de $\partial M_v / \partial x^*$ viene dada:

$$\left(\frac{\partial M_v}{\partial x^*}\right)_i \approx \frac{M_{v,i+1} - M_{v,i-1}}{2\partial x^*} \quad (3.37)$$

Dónde los subíndices $i + 1$ e $i - 1$ indican las posiciones inmediatamente posterior y anterior de la posición central i y ∂x^* es la longitud de paso entre ambos nodos. De la misma manera, se puede obtener la expresión para la segunda diferencial:

$$\left(\frac{\partial^2 M_v}{\partial x^{*2}}\right)_i \approx \frac{\left(\frac{\partial M_v}{\partial x^*}\right)_{i+0.5} - \left(\frac{\partial M_v}{\partial x^*}\right)_{i-0.5}}{\partial x^*} \quad (3.38)$$

donde:

$$\left(\frac{\partial M_v}{\partial x^*}\right)_{i+0.5} \approx \frac{M_{v,i+1} - M_{v,i}}{\partial x^*} \quad (3.39)$$

$$\left(\frac{\partial M_v}{\partial x^*}\right)_{i-0.5} \approx \frac{M_{v,i} - M_{v,i-1}}{\partial x^*} \quad (3.40)$$

Sustituyendo en (2.15):

$$\left(\frac{\partial^2 M_v}{\partial x^{*2}}\right)_i \approx \frac{M_{v,i+1} + M_{v,i-1} - 2M_{v,i}}{(\partial x^*)^2} \quad (3.41)$$

Las diferencias finitas equivalentes de $(\partial^2 M_v / \partial x^{*2} + \partial^2 M_v / \partial y^{*2})$ se obtienen considerando los nodos adyacentes a M_v en los ejes, x e y . La expresión para $\partial M_v / \partial y^*$ y $\partial^2 M_v / \partial y^{*2}$ son exactamente las mismas expresiones que para el eje x pero sustituyendo i por j . Los coeficientes de M_v para los nodos adyacentes, se calcula como se observa en la **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

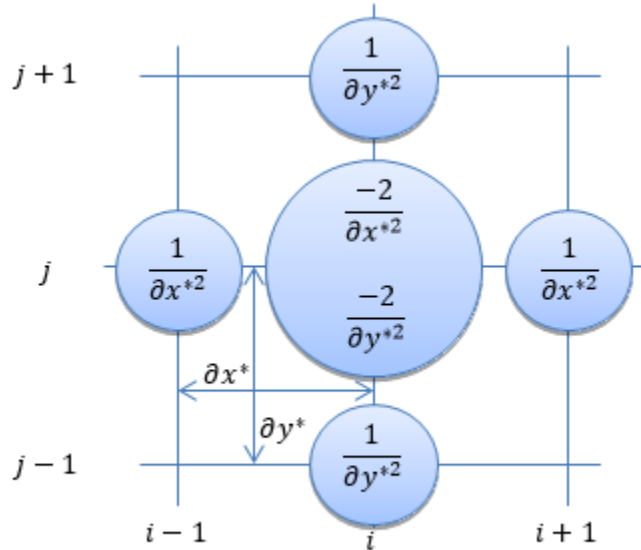


Figura 3.11 Esquema de resolución mediante nodos para el análisis numérico de diferencias

Finalmente, se obtiene la expresión:

$$M_{v,i,j} = \frac{C_1(M_{v,i+1,j} + M_{v,i-j}) + C_2(M_{v,i,j+1} + M_{v,i,j-1}) - G_{i,j}}{2C_1 + 2C_2 + F_{i,j}} \quad (3.42)$$

donde:

$$C_1 = \frac{1}{\partial x^{*2}} \quad (3.43)$$

$$C_2 = \frac{1}{\partial y^{*2}} \quad (3.44)$$

C_1 Variable auxiliar para el cálculo del parámetro de Vogelphol.

C_2 Variable auxiliar para el cálculo del parámetro de Vogelphol.

5.11. Condiciones de contorno

Después de establecer la ecuación de control, el siguiente paso en el análisis numérico es definir las condiciones de contorno y rango de valores para ser computados. Para el cojinete, las condiciones de contorno requieren que p^* o M_v son cero en los bordes de cojinete y, también, que la cavitación puede ocurrir para evitar que haya presiones negativas que se produzcan dentro del rodamiento. El rango de x^* se encuentra entre $0 - 2\pi$ (360°) para un rodamiento completo. El rango para y^* es de $-0,5$ a $0,5$ si se selecciona la línea media del rodamiento como dato.

Los nodos en los bordes del rodamiento se mantienen en un valor predeterminado cero, mientras que todos los demás nodos requieren solución por el método de diferencias finitas.

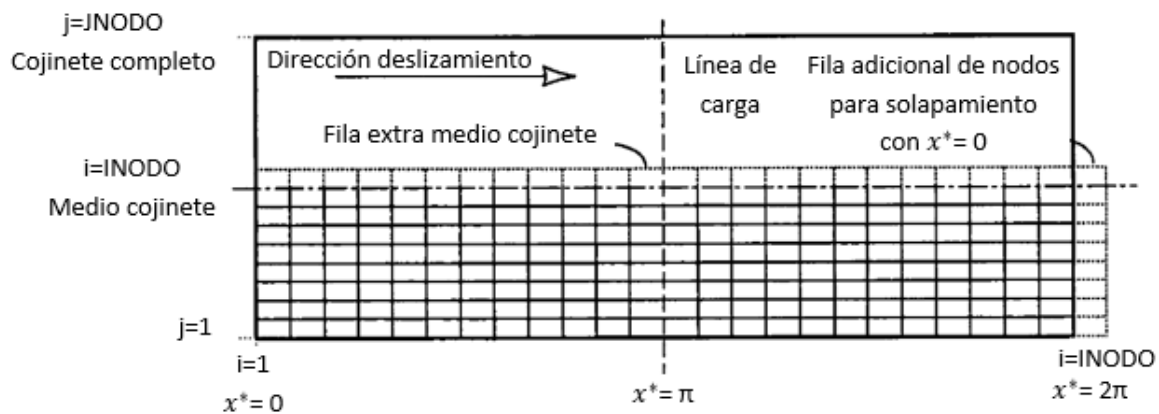


Figura 5.9 Dominios del parámetro de Vogelpohl para el método de diferencias finitas.

5.12. Método del trapecio

El método de los trapecios es muy simple y se puede explicar, fácilmente, a partir de la siguiente figura.

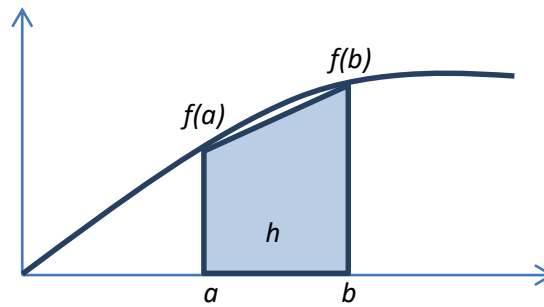


Figura 5.10 Esquema del método del trapecio

Eligiendo un espaciado, $h = (b - a)/n$, se divide el intervalo $[a, b]$ por medio de puntos igualmente espaciados, $x_0 = a$, $x_i = x_0 + ih$, $x_n = b$, se tiene que las ordenadas de dichos puntos son, $y_i = f(x_i)$, con $(i = 0, 1, 2, \dots, n)$. En cada intervalo (x_i, x_{i+1}) se sustituye la función $f(x)$ por la recta que une los puntos (x_i, y_i) y (x_{i+1}, y_{i+1}) tal como se aprecia en la Figura 3.10 Esquema del método del trapecio.

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} [f(a) + f(b)] \quad (3.45)$$

La parte sombreada, un trapecio, se toma como el área aproximada, su valor se puede calcular fácilmente, $\frac{h}{2}(y_i + y_{i+1})$. Cuanto mayor sea el número de divisiones del intervalo $[a, b]$ que se hagan, menor es h , y más se aproxima al valor exacto de la integral. Sin embargo, no se puede disminuir h tanto como se quiera, ya que el ordenador maneja números de precisión limitada



CAPÍTULO 4.

DESARROLLO

6. Desarrollo

En éste capítulo se muestra el proceso seguido dentro de la herramienta Software comercial MATLAB®, los distintos pasos del modelo desarrollado se pueden observar en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

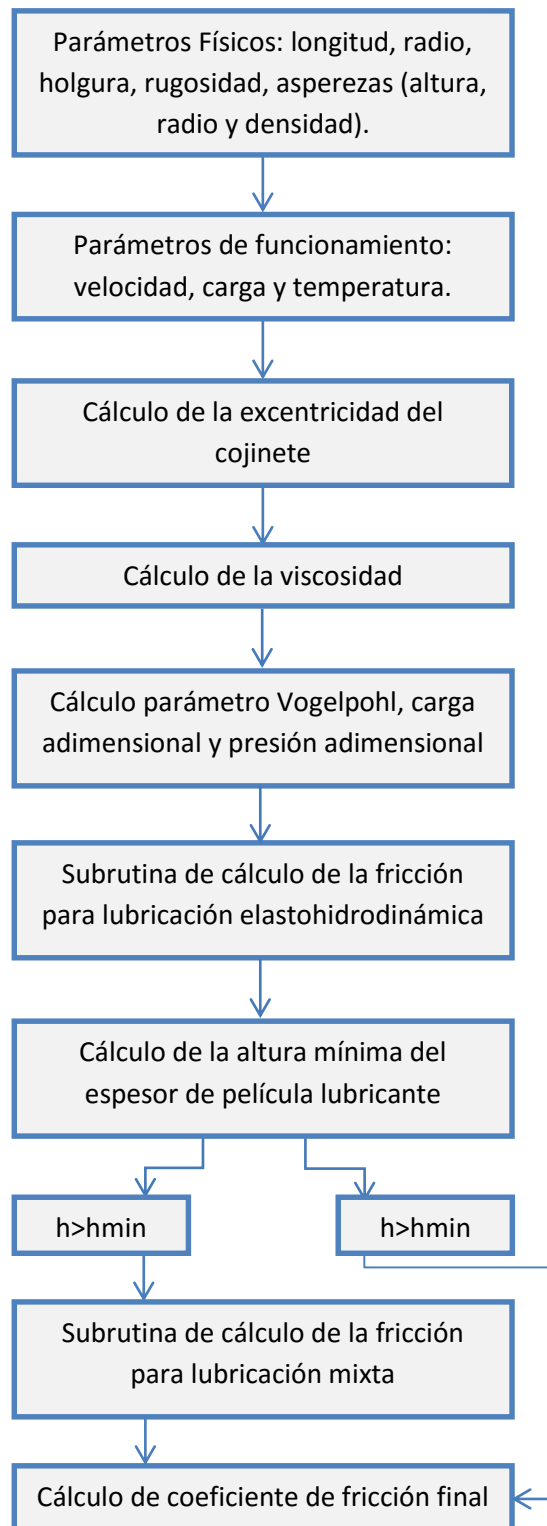


Figure 6.1 Esquema general de resolución del coeficiente de fricción

Para el tratado del cojinete y su análisis mediante la herramienta comercial MATLAB, se van a establecer una serie de nodos, tanto en posición radial como axial. A partir de esos nodos, se van analizando los valores de carga y temperatura en cada uno de ellos, lo que permite analizar lo que ocurre en cada punto de ellos y comprender mejor los esfuerzos que sufre el cojinete, en qué regiones su diseño se ve más comprometido, observar variaciones del campo de presiones, el punto en el que la presión aumenta hasta formarse la cavitación y toda la información relevante que se desea analizar en el Proyecto.

6.1.Cálculo de la viscosidad

El modelo de cálculo para obtener la viscosidad es el de Reynolds, como se ha visto (5.6 Relación de la viscosidad y la temperatura), está basado en unas variables constantes a y b , que modifican el valor de la viscosidad en función del valor de la temperatura de entrada. Para conocer esos valores de las variables a y b , se parte de valores de viscosidad conocidos y suministrados por el fabricante a distintas temperaturas, se introducen en el modelo y se crea un sistema de ecuaciones que tras su resolución, arroja los valores de dichas variables, tal y como se ve en la Figura 6.1 Extracto del programa que refleja el cálculo de la viscosidad

Una vez conocidos los valores de a y b , se puede calcular cualquier valor de viscosidad deseado para la temperatura de trabajo del cojinete.

```
a=sym('a');
b=sym('b');
var=[a b];
eq1= visco_dynamic_SI(1) == b*exp(-a*(T0(1)+273.15));
eq2= visco_dynamic_SI(2) == b*exp(-a*(T0(2)+273.15));
EQ=[eq1 eq2];
[a,b]=solve(EQ,a,b);
a2=double(a);
b2=double(b);

for i=1:max(size(T))
    visc(i)=b2*exp(-a2*(T(i)+273.15));
    if T(i)>180
        visc(i)=visc(i-1);
    end
end
```

Figura 6.1 Extracto del programa que refleja el cálculo de la viscosidad



6.2. Cálculo de la excentricidad

Para este apartado, se tiene en cuenta las variables de entrada siguientes: radio, longitud, holgura, excentricidad, número de nodos y viscosidad dinámica del lubricante.

El cálculo de la excentricidad adimensional (épsilon), se realiza para excentricidades que comprenden desde 0 hasta 1, teniendo el valor de épsilon establecido para futuros valores de entrada de carga, velocidad y temperatura.

Partiendo de ese vector de épsilon, se calcula el perfil de presiones y alturas adimensionales para cada épsilon ya obtenida previamente. Los valores que se obtienen son fundamentales para que el cálculo más intenso posterior, el de diferencias finitas, se haga una sola vez para cada épsilon y no para cada valor de carga, velocidad y temperatura. Es un punto fundamental del Trabajo, porque permite disminuir drásticamente el tiempo de cálculo.

Se parte de la idea de que la fuerza incide sobre el cojinete de forma horizontal y que la distribución de presiones es simétrica sobre el eje y que está alineada sobre el eje de acción de la aplicación de la carga. Este ángulo se llama β (Figura 4.2 Distribución de presiones para el cojinete). En principio, como ya se ha dicho, se considera que ese ángulo es nulo, se calcula esa distribución de presiones partiendo de esa base, y la suma de todas esas presiones será una resultante de valor igual al de la fuerza aplicada sobre el cojinete. Se debe comprobar que sucede para las condiciones de carga elevadas, que pueden suponer un desplazamiento en la orientación de la aplicación de la carga, es decir, puede que la distribución de presiones sea correcta, pero no se haya dado la orientación correcta a dicho campo de presiones.

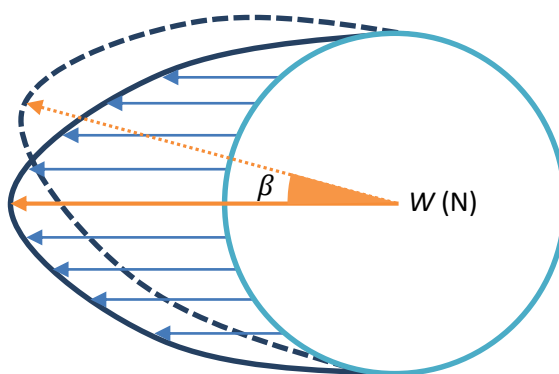


Figura 6.2 Distribución de presiones para el cojinete

El modelo está diseñado con dos bucles, que se cercioran de ambas condiciones, campo de presiones y ángulo de orientación del mismo, se establecen unos límites de control para las iteraciones que se aseguran de que los valores son correctos.



Se parte con el cálculo de los valores de las siguientes variables adimensionales dentro de cada nodo, en dirección tanto axial como radial, necesarias para la resolución del

Parámetro de Vogelpohl (0)

$$h_0 = \epsilon(k) * \cos(\theta(i)) + 1 \quad (4.1)$$

$$dhdx_0 = -\epsilon(k) * \sin(\theta(i)) \quad (4.2)$$

$$d^2hdx_2_0 = -\epsilon(k) * \cos(\theta(i)) \quad (4.3)$$

$$dhdy_0 = 0 \quad (4.4)$$

$$d^2hdy_2_0 = 0 \quad (4.5)$$

$$H(i, j, k) = h_0 \quad (4.6)$$

$$G(i, j) = dhdx_0 / h_0^{1.5} \quad (4.7)$$

$$F(i, j) = 0.75 * (dhdx_0^2) / h_0^2 + 1.5 * (d^2hdx_2_0) / h_0 \quad (4.8)$$

Para cada valor de excentricidad (0)

Bucle de comprobación del ángulo de desviación de la orientación de la carga

Cálculo de los valores necesarios para obtener el parámetro de Vogelpohl (**Error!**)

No

Bucle resultante del campo de presiones

Comprobación del sumatorio de M_v Ec.(3.35)

Parámetro de Vogelpohl $\rightarrow P_{ad}$ (0)

Comprobación de la orientación de la carga

Figura 6.3 Esquema general de resolución del valor de la excentricidad.

Siendo i la dirección radial, j la dirección axial, k la posición dentro del vector de excentricidades y θ el ángulo que barre la circunferencia.

Con los valores anteriores se obtiene el valor de M_v , conforme a la ecuación (3.35) y se despeja el valor de la presión adimensional, P_{ad} .

6.3.Cálculo del Parámetro de Vogelpohl

Como ya se ha visto en el apartado 0, el parámetro de Vogelpohl está descrito por los parámetros, F y G. Los cuales se obtienen de manera directa y teniendo en cuenta que la derivada parcial en la componente y toma valor cero. Ec. (4.7) y (4.8)

Se procede a establecer un problema de contorno con restricciones, se hace un cálculo del parámetro M_v , Ec.(3.35) mediante el método de diferencias finitas explicado en el apartado 0, combinado con una solución iterativa, se establecen unos valores límites para el cálculo iterativo y se comprueba que el error de cálculo está dentro de un orden de magnitud ya fijado.

```
% SUBROUTINE TO SOLVE THE VOGELPOHL EQUATION

%"Problema de contorno con restricciones"

%Note: this process supposes M(i,j)=0 in all nodes for iteration=1, then
%recalculate them again and again until the sum of all the M(i,j) does not
%change (M(i,j) cannot be <0 because it is proportional to h and p.

sum2 = 0;
n1 = 0;
residp = reslim1 + 10; %+10 to make sure there is an error in the first iteration
while (residp > reslim1) && (n1 < nlim1) % error acceptable? limit of iterations?
    n1 = n1 + 1;
    sum = 0;
    for i = 2:N1-1,
        for j = 2:N2-1,
            store = ((M(i+1,j) + M(i-1,j))*coeff1 + (M(i,j+1) + M(i,j-1))*...
                coeff2 - G(i,j))/(2*coeff1 + 2*coeff2 + F(i,j));
            M(i,j) = M(i,j) + factor1*(store-M(i,j));
            if M(i,j) < 0
                M(i,j) = 0;
            end
            sum = sum + M(i,j);
        end % end axial nodes-Vogelpohl equation
    end % end radial nodes-Vogelpohl equation
    residp = abs((sum-sum2)/sum);
    sum2 = sum;
end % error in M(i,j) below limit

if n1>=nlim1
    Message='Iteration limit reached'
end
```

Figura 6.4 Extracto del programa para el cálculo del Parámetro de Vogelpohl

6.4. Cálculo del campo de presiones

Es posible calcular el campo de presiones aplicando un método de solución directa, pero es un proceso complejo, por ello y tras el empleo del parámetro de Vogelpohl, se puede obtener el valor de la presión al despejarla de ecuación 2.7, resultando:

$$P(i, j) = \frac{M(i, j)}{H(i, j)^{1.5}} \quad (4.9)$$

El siguiente paso consiste en el cálculo de la carga adimensional partiendo de su cálculo en ambas direcciones mediante el método del trapecio (0)

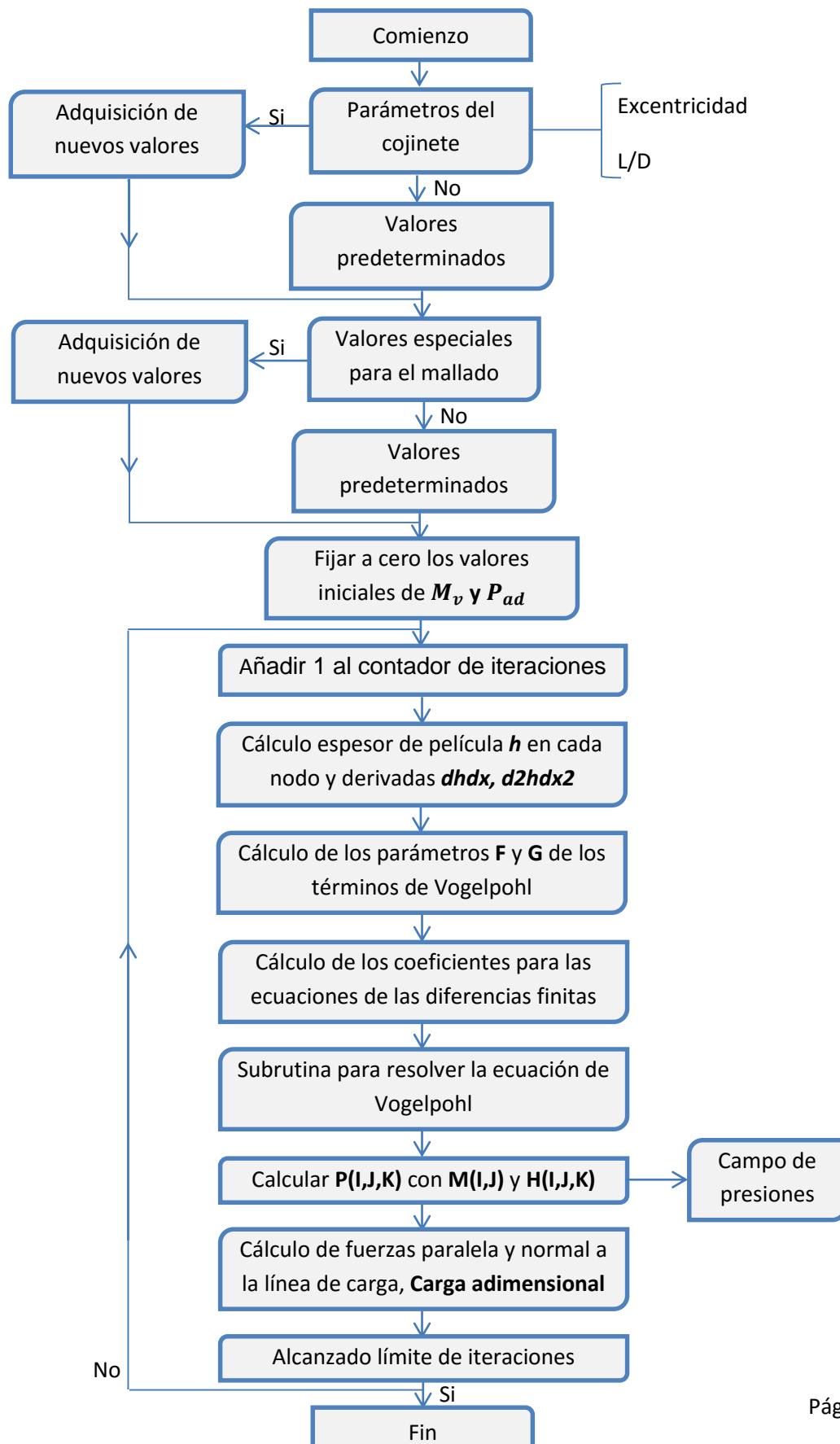


Figura 6.5 Esquema general de resolución del campo de presiones.

6.5. Cálculo de la fuerza de fricción adimensional y del coeficiente de fricción

Una vez obtenido el campo de presiones, es posible hallar la fuerza de fricción y el coeficiente de fricción de los datos del espesor de película y el gradiente del campo de presiones. La fuerza de fricción es calculada integrando la fuerza cortante a lo largo del área del cojinete.

$$F = \int_0^L \int_0^{2\pi R} \tau dx dy \quad (4.10)$$

Donde, el esfuerzo cortante ' τ ' viene dado por:

$$\tau = \frac{\eta U}{h} + \frac{h}{2} \frac{dp}{dx} \quad (4.11)$$

Siendo:

τ esfuerzo cortante [Pa]

η viscosidad dinámica del lubricante [Pas]

U velocidad de entrada [m /s]

h espesor de película [m]

p presión [Pa]

F fuerza de fricción [N]

x es la distancia axial [m]

y es la distancia radial [m]

El coeficiente de fricción por lo tanto, se obtiene de dividir la fuerza de fricción entre la carga:

$$\mu = \frac{F}{W} = \frac{\int_0^L \int_0^{2\pi R} \tau dx dy}{\int_0^L \int_0^{2\pi R} p dx dy} \quad (4.12)$$

La presencia de cavitación en el cojinete añade algunas complicaciones en el cálculo del coeficiente de fricción. Para el análisis de esta región se toman como condiciones que p^* y dp^*/dx^* son iguales a cero. Se comienza buscando el frente de cavitación, para su cálculo se buscan los valores de $M(I,J)$ que son cero. Se tiene en cuenta la zona en que se produce la cavitación para el cálculo de la fuerza de fricción.

Es muy importante tener en cuenta que el cálculo del coeficiente de fricción puede provenir de la región de lubricación elastohidrodinámica y de la región de lubricación mixta.

Para ésta segunda región tendremos en cuenta los valores en los que la presión, temperatura y carga, provocan un espesor de película inferior al mínimo necesario para que la capa de fluido separe ambas superficies. Dicha altura mínima en el espesor de película es la encargada de evitar el contacto directo entre la carcasa y el cojinete, una vez que se produce el contacto, los valores de fricción se incrementan conforme lo hace la intensidad del contacto. En un primer momento, el espesor es suficiente para evitar la mayoría del contacto, y solo las rugosidades de mayor tamaño entran en contacto. De aquí en adelante el valor de coeficiente de fricción aumenta por el mayor contacto directo entre las superficies. Por tanto el valor del coeficiente de fricción es una suma del valor obtenido por el arrastre del lubricante y por el que aportan las superficies que entran en contacto.

En la Figura 4.7. Esquema de trabajo del programa de cálculo del coeficiente de fricción observa la estructura general del programa para obtener el valor final del coeficiente de fricción, siguiendo los pasos y razonamientos expuestos con anterioridad.

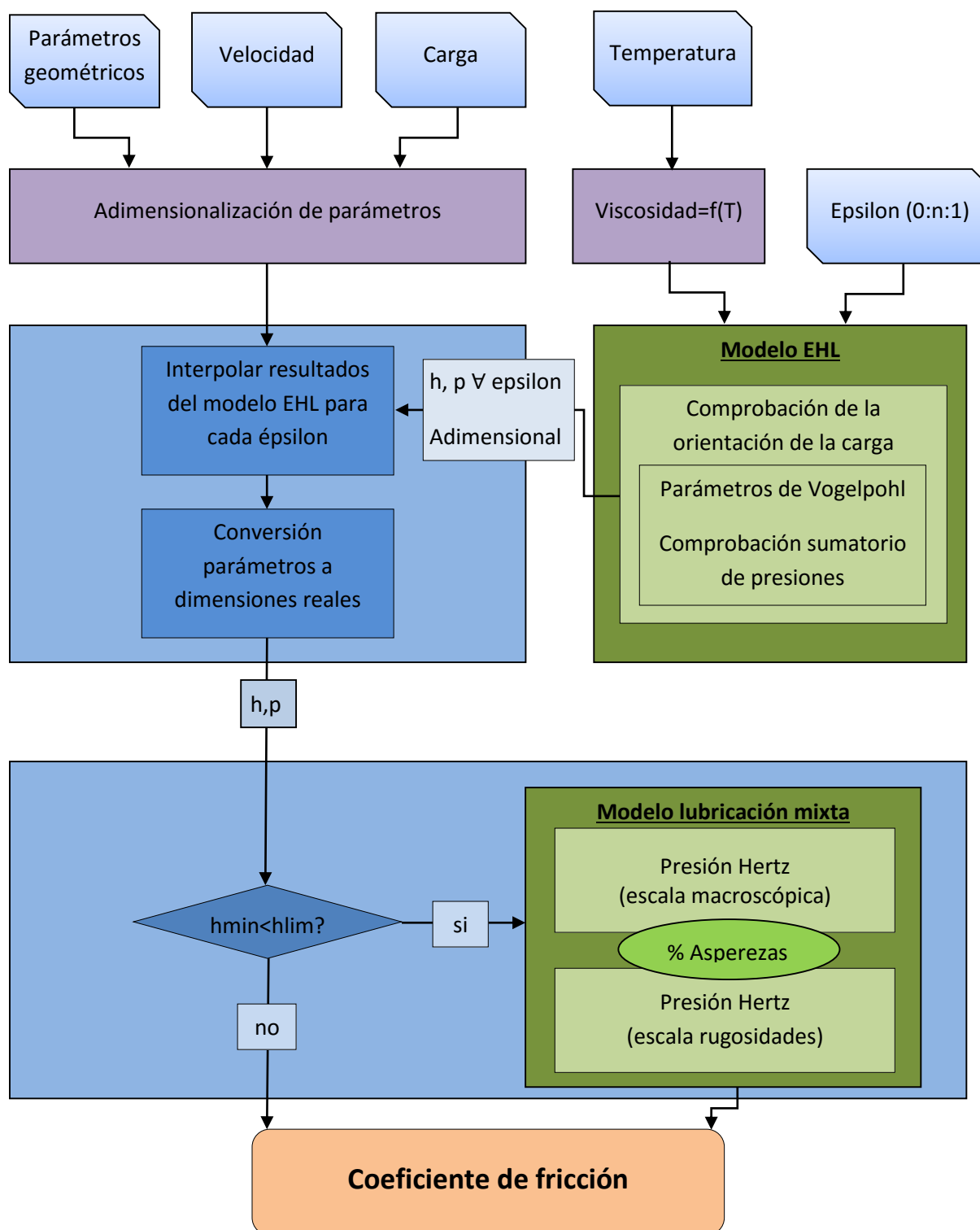


Figura 6.6. Esquema de trabajo del programa de cálculo del coeficiente de fricción



CAPÍTULO 5.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

7. Resultados y análisis

El modelo de curva de Stribeck calcula una variedad de parámetros para cualquier condición operativa (velocidad, carga y temperatura).

Esta información es analizada en el siguiente orden:

- Perfil de espesor de película.
- Línea Cavitación.
- Curva de presión.
- Perfil de la fuerza de fricción.
- Coeficiente de fricción como una función de la velocidad, temperatura y carga.

Un caso de carga específica (velocidad = 0.96 m/s, carga = 500 N, Temperatura = 39 °C) se utiliza para mostrar el espesor de la película y el perfil de presión, junto con la línea de la cavitación:

El perfil de espesor de la película se muestra en la Figura 5.1 Perfil del espesor de película (velocidad = 0.96 m/s, carga = 500N, Temperatura = 39 °C) en función de la posición angular y axial del cojinete; no cambia en la dirección axial. Si cualquiera de los puntos de cojinete está por debajo de h_{\min} entonces el contacto metal-metal parcial ocurre.

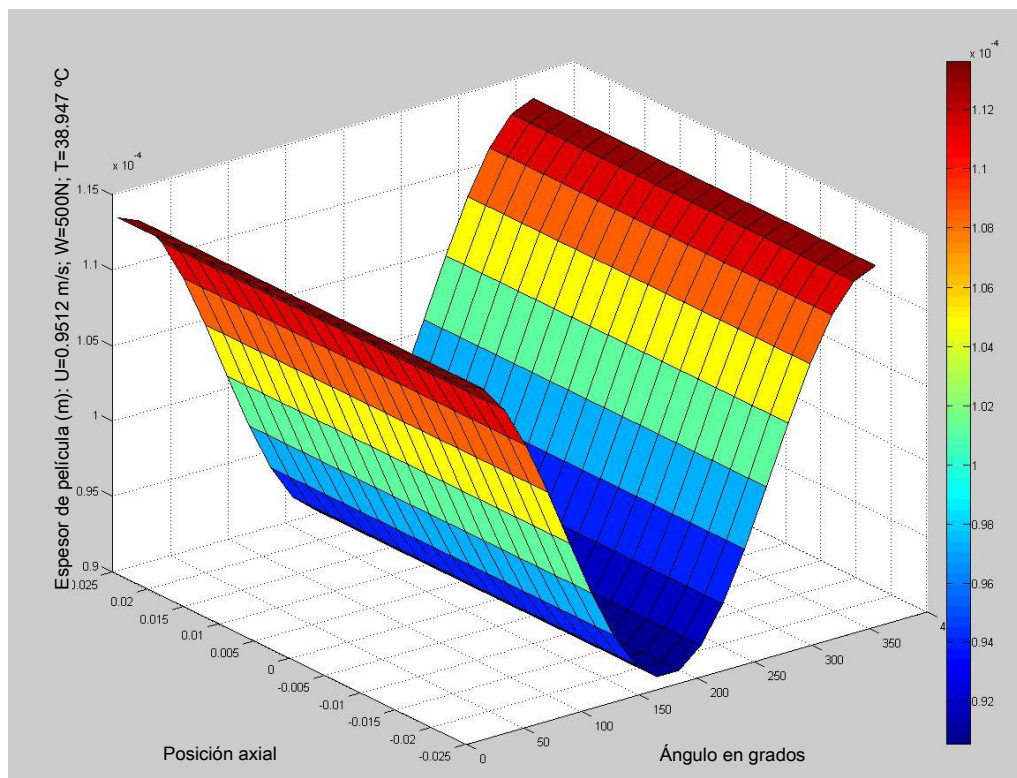


Figura 7.1 Perfil del espesor de película (velocidad = 0.96 m/s, carga = 500N, Temperatura = 39 °C)

Para el caso anterior, con la carga de 500 N se observa que la máxima presión se alcanza en el punto de menor espesor de película, la presión aumenta hasta convertir el lubricante en gas, dando lugar al fenómeno conocido como cavitación, la presión disminuye bruscamente y toma un valor nulo en ese punto. El fenómeno se puede apreciar claramente en la Figura 7.2, de igual manera se observa el valor de presión atmosférica en los extremos del cojinete.

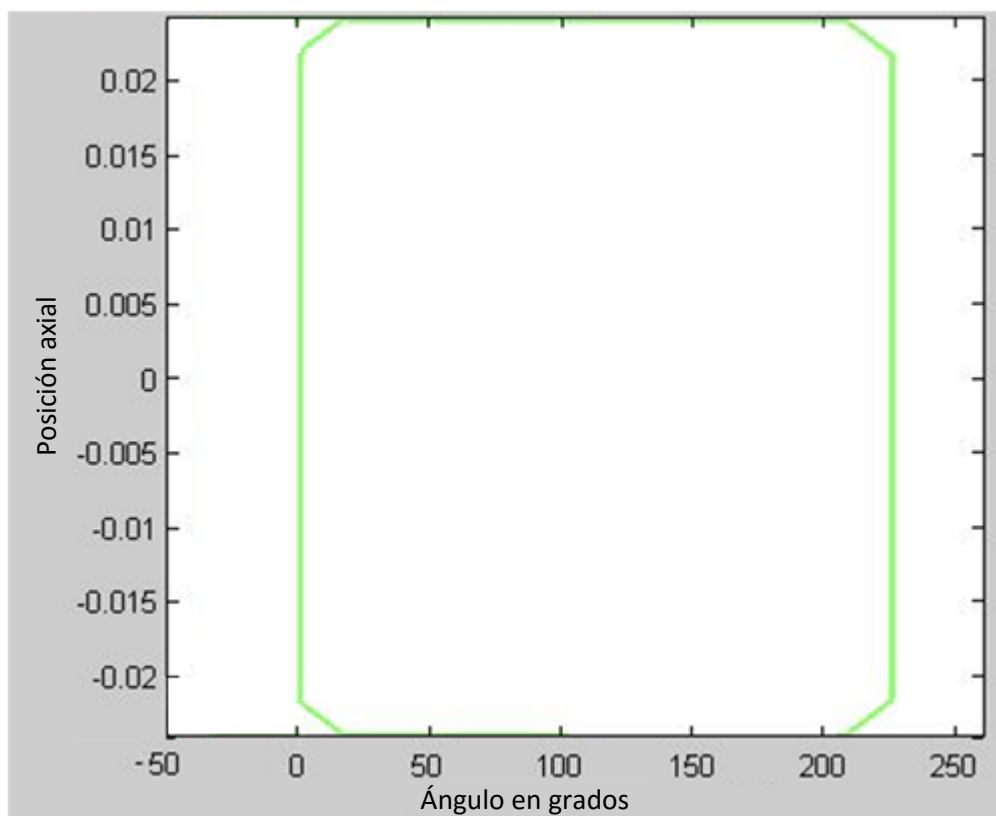


Figura 7.2 Línea de cavitación (velocidad = 0.96 m/s, carga = 500N, Temperatura = 39 °C)

A continuación, se presenta la gráfica del perfil de presiones, se puede observar como el valor de la presión aumenta conforme se avanza a lo largo del cojinete en dirección axial, hasta alcanzar su máximo en la zona central y desciende en los extremos hasta alcanzar la presión atmosférica. Si se analiza lo que ocurre conforme se avanza en dirección radial, se observa como el valor aumenta hasta llegar a un punto crítico que coincide con el de mínimo espesor de película y se produce la cavitación. La presión se vuelve nula, debido a la transformación del líquido del lubricante en gas, como resultado de las altas presiones a las que está sometido.

Se puede observar la paridad en los resultados que muestran las Figura 7.2 y Figura 7.3, línea de cavitación y perfil de presiones arrojan el mismo valor en la zona de cavitación, alrededor de los 230°.

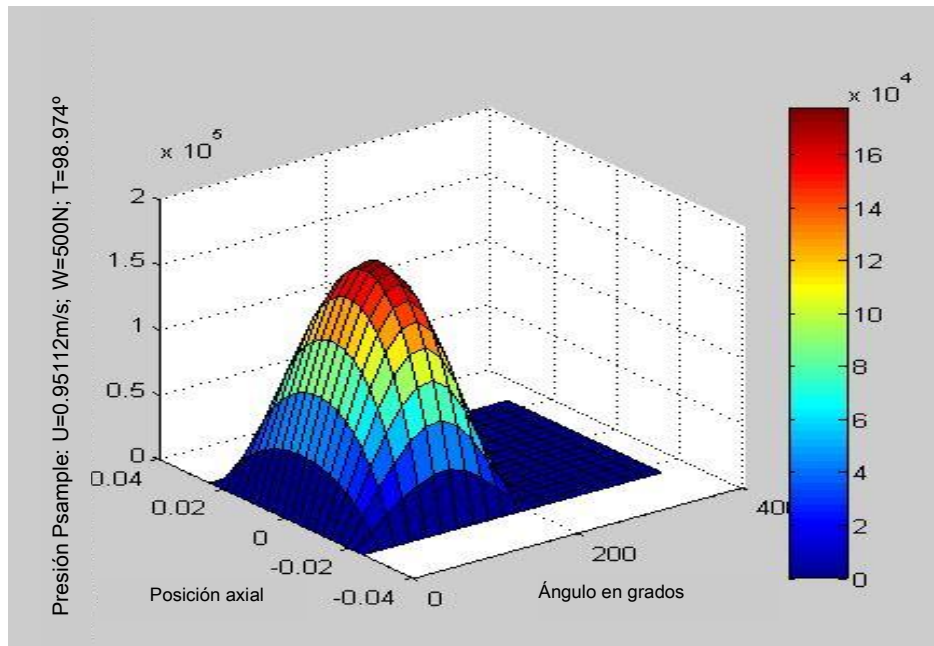


Figura 7.3 Perfil de presiones (velocidad = 0.96 m/s, carga = 500N, Temperatura = 39 °C)

La fuerza de fricción se muestra en la Figura 7.4. En ella se observa al aumento progresivo en dirección axial, hasta el máximo en el centro del cojinete, guardando la misma relación que el perfil de presiones. El análisis más interesante de ésta gráfica se corresponde con la depresión que se forma en la región al avanzar en la dirección radial, fruto de la zona de cavitación, posteriormente a la misma, el valor vuelve a ascender de forma brusca dado en el punto de desaparición de la cavitación.

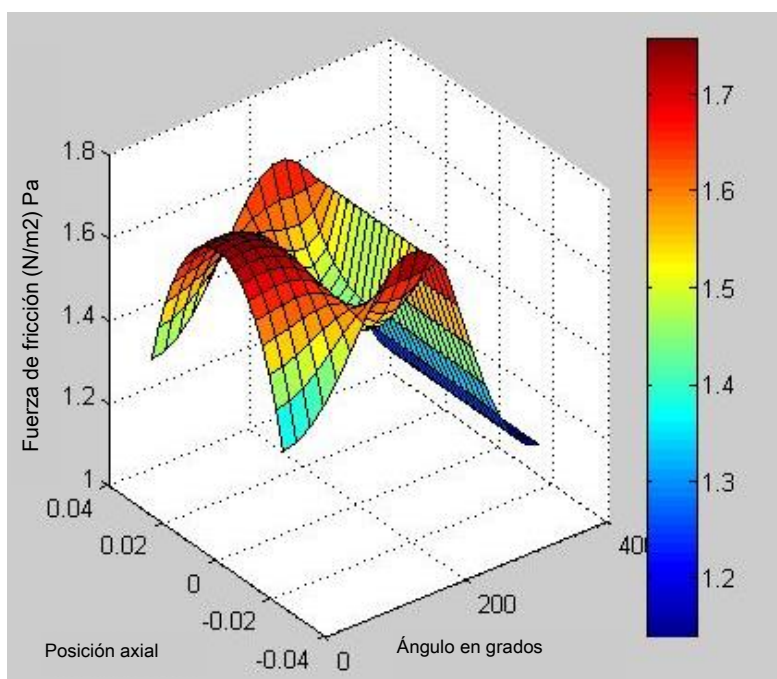


Figura 7.4 Fuerza de fricción (velocidad = 0.96m / s, carga = 500N, Temperatura = 39 °C)



CAPÍTULO 6.

TRABAJO FUTURO

8. Trabajos futuros

A raíz del Proyecto realizado, los datos obtenidos serán tratados por una empresa de análisis de elementos finitos mediante herramientas de software. Los valores de fricción aportados por la presente simulación, dan los valores clave para poder establecer las condiciones exactas de cada punto del cojinete, obteniendo de esa forma los valores de presión y temperatura.

Además, para establecer un nivel de predicción adecuado, se proyecta la construcción de un banco de ensayos, donde poder simular las condiciones del cojinete y analizar la correlación de los datos del modelo con el comportamiento real de la pieza de estudio en cuestión.

El análisis y tratamiento de esos datos permitirá la establecer una predicción mucho más fiable para la pieza en cuestión. Las ventajas que éste análisis pretende conseguir son:

- Estimación de la vida útil de la pieza.
- Planificación de la sustitución de piezas afectadas.
- Elaboración de tareas de control sobre piezas críticas.
- Mayor previsión sobre las tareas de mantenimiento, permitiendo operar las actuaciones necesarias sin esperar la rotura de la pieza, con el consiguiente ahorro económico.
- Diseños más sostenibles, piezas con refuerzos específicos, mejor aprovechamiento del material.
- Escalabilidad del modelo sobre otras piezas susceptibles de establecer paralelismo sobre el presente Proyecto.



CAPÍTULO 7.

RELACIÓN DE VARIABLES

9. Relación de variables

A continuación se presenta un resumen de las principales variables empleadas a lo largo del Proyecto:

| VARIABLE | DESCRIPCIÓN | UNIDADES |
|-----------------------|--|----------------|
| L | Longitud del cojinete | mm |
| R | Radio nominal del cojinete | mm |
| c | Holgura radial del cojinete | mm |
| e | Excentricidad | - |
| R_a | Rugosidad media | μm |
| γ_1 | Parámetro de la componente hidrodinámica en lubricación mixta | - |
| γ_2 | Parámetro de las asperezas en lubricación mixta | - |
| h_{lim} | Altura mínima en la que las asperezas entrarán en contacto por ser éstas mayores que el espesor de la película de lubricante | mm |
| P | Fuerza aplicada | N |
| d_1 | Diámetro de la carcasa del cojinete | mm |
| d_2 | Diámetro de la carcasa del cojinete | mm |
| E_1 | Módulo elástico de la carcasa | N/m^2 |
| E_2 | Módulo elástico del cojinete | N/m^2 |
| \bar{p} | Presión adimensional | - |
| X | Coordenada para el eje X adimensional | - |
| H | Espesor de película adimensional | - |
| \bar{n} | Número adimensional de asperezas | - |
| σ_s | Desviación estándar de las alturas de las asperezas | m |
| $\overline{\sigma_s}$ | Desviación adimensional estándar de las alturas de las asperezas | - |
| β | Radio de las asperezas | m |
| R | Radio del eje | m |
| $\bar{p}_{av,a}$ | Presión media adimensional de las asperezas | - |
| $p_{av,a}$ | Presión media de las asperezas | Pa |
| N | Número de colinas o irregularidades por unidad de área de contacto | - |
| P_i | Presión de Hertz para cada aspereza | Pa |
| A_i | Área de contacto para cada aspereza | m^2 |

| VARIABLE | DESCRIPCIÓN | UNIDADES |
|----------|---|----------|
| U, u_s | Suma de las velocidades medias de las superficies | m/s |
| t | Tiempo | s |
| P | Presión | Pa |
| h | Espesor de película lubricante | Mm |
| ρ | Densidad | |
| η | Viscosidad dinámica | Pas |
| a | Constante para relacionar la viscosidad con la temperatura | - |
| b | Constante para relacionar la viscosidad con la temperatura | - |
| T | Temperatura | C |
| h_0 | Constante que describe la ecuación de la forma de la película de lubricante | m |
| $d(x)$ | Deformación elástica | m |
| M_v | Parámetro de Vogelpohl | - |
| F | Parámetro auxiliar para el cálculo del parámetro de Vogelpohl | - |
| G | Parámetro auxiliar para el cálculo del parámetro de Vogelpohl | - |
| C_1 | Variable auxiliar para el cálculo del parámetro de Vogelpohl | - |
| C_2 | Variable auxiliar para el cálculo del parámetro de Vogelpohl | - |
| F | Fuerza de fricción | N |
| τ | Esfuerzo cortante | Pa |



CAPÍTULO 8.

BIBLIOGRAFÍA

10. Bibliografía

1. Campo Elías Roldán - 2011 - Tribología y lubricación industrial y automotriz.
2. O. Pinkus and B. Sternlicht - 1961 - Theory of Hydrodynamic Lubrication. McGraw Hill Book Company.
3. D. Dowson and G.R. Higginson - 1977 - Elasto-Hydrodynamic Lubrication. Pergamon Press.
4. G. Vogelpohl, Beitrage zur Kenntnis der Gleitlagerreibung, Ver. Deutsch. Ing., Forschungsheft, 1937, pp. 386.
5. M.M. Reddi and T.Y. Chu, Finite Element Solution of the Steady-State Incompressible Lubrication Problem, Transactions ASME, journal of Lubrication Technblogy, Vol. 92, i970, pp.495-503.
6. Richard Widman - La Importancia del Coeficiente de Fricción Widman bulletin n_49.
7. Bharat Bhushan - Introduction to Tribology (Google eBook).
8. Javier Echávarri Otero – 2011 – Cojinetes de fricción, Departamento de ingeniería de mecánica y fabricación. ETSII, UPM.
9. Johnson, K.L., Greenwood, J.A. and Poon, S.Y., "A simple theory of asperity cintact in elastohydrodynamic lubrication", Wear, vol 19, 1992.
10. Budynas.R, Nisbett.K. (2008). Shigley's Mechanical Engineering Design . 8th edition. McGraw-Hill
11. Gelnick, E.R.M. and Schipper, D.J., "Defprmtion of rough line contacts", Journal of Tribology, vol. 121, 1999
12. [41] Johnson, K.L., Greenwood, J.A. and Poon, S.Y., \A simple theory of asperity contact in elastohydrodynamic lubrication ", Wear, vol. 19, pp 91-108, 1992.
13. Beer.F.P., Johnston.E.R. (1992). Mechanics of Materials , 2nd edition. McGraw-Hill
14. UTN-FRBB Cátedra: Elementos de Máquinas. Profesor: Dr. Ing. Marcelo Tulio Piovan

